

## Série 2 : Exercices d'étude de fonctions

### Exercice 1 :

Soit  $f$  la fonction définie par :  $f(x) = |x - 3|$  .

1. Écrire  $f$  sans le symbole de la valeur absolue.
2. Étudier les variations de  $f$ .
3. Représenter graphiquement  $f$ .

### Exercice 2 :

Soit  $f$  la fonction définie par :  $f(x) = |x - 2| - |x + 2|$  .

1. Compléter le tableau suivant :

x	-∞	-2	2	+∞
x + 2			+	+
x + 2	-x - 2			
x - 2				
x - 2				x - 2
x + 2  -  x - 2				

On écrit : 
$$f(x) = \begin{cases} -4 & \text{si } x \leq -2 \\ 2x & \text{si } -2 < x \leq 2 \\ 4 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

2. Dresser le tableau de variation de  $f$
3. Représenter graphiquement  $f$ .

### Exercice 3 :

Soit  $f$  la fonction définie par :  $f(x) = |x + 2| - |x - 3|$  .

1. Écrire  $f$  sans le symbole de la valeur absolue.
2. Étudier les variations de  $f$ .
3. Représenter graphiquement  $f$ .

### Exercice 4 :

1. Représenter graphiquement les fonctions définies par :  $f(x)=x^2$  et  $g(x)=\frac{1}{x}$  .
2. Dédire de leur courbe les courbes des fonctions définies par :  $h(x)=x^2+2x+1$  et  $k(x)=\frac{1}{x-1}$

### Exercice 5 :

Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x)=3x^2+2x-5$  . Soit  $(C)$  sa courbe dans le plan muni d'un repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  .

- 1) a) Déterminer l'ensemble de définition de  $f$ .  
b) Calculer les limites de  $f$  aux bornes de l'ensemble de définition.
- 2) a) Déterminer la fonction dérivée  $f'$  et étudier son signe.  
b) Dresser le tableau de variation de  $f$ .
- 3) a) Déterminer une équation de la tangente  $(T)$  à  $(C)$  en  $x_0 = 0$ .  
b) Construire  $(T)$  et  $(C)$  dans le même repère.  
c) Quels sont les nombres des points d'intersections de  $(C)$  avec l'axe des abscisses ?
- 4) Calculer le discriminant de  $f$ . En déduire les nombres des solutions de  $f(x) = 0$ .

### Exercice 6 :

Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x)=-x^2+2x+3$  . Soit  $(C)$  sa courbe dans le plan muni d'un repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  .

- 1) a) Déterminer l'ensemble de définition de  $f$ .  
b) Calculer les limites de  $f$  aux bornes de l'ensemble de définition.
- 2) a) Déterminer la fonction dérivée  $f'$  et étudier son signe.  
b) Dresser le tableau de variation de  $f$ .
- 3) a) Déterminer une équation de la tangente  $(T)$  à  $(C)$  en  $x_0 = 2$ .  
b) Construire  $(T)$  et  $(C)$  dans le même repère.  
c) Résoudre graphiquement  $f(x) = 0$
- 4) Calculer le discriminant de  $f$ . En déduire les solutions de  $f(x) = 0$ .

### Exercice 7 :

Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = \frac{x-6}{x-1}$ . Soit  $(C)$  sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

- 1) a) Déterminer l'ensemble de définition de  $f$ .  
b) Calculer les limites de  $f$  aux bornes de l'ensemble de définition.
- 2) a) Déterminer la fonction dérivée  $f'$  de  $f$  et étudier son signe.  
b) Dresser le tableau de variation de  $f$ .
- 3) a) Déterminer une équation de la tangente  $(T)$  en  $x_0 = 2$   
b) Compléter le tableau suivant :

$x$	-1	0	2	3	4	6
$f(x)$						

- c) Construire  $(T)$  et  $(C)$  dans le même repère.

### Exercice 8 :

Soit  $f$  et  $g$  les fonctions définies dans  $[-1 ; 5]$  par  $f(x) = \frac{1}{2x^2} + 1$  et  $g(x) = \frac{x+10}{x+2}$ . Soit  $(C)$  et  $(C')$  les courbes représentatives de  $f$  et de  $g$  dans le plan muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

1. Étudier les variations de  $f$  et de  $g$ .
2. Représenter graphiquement  $(C)$  et  $(C')$ .
3. Déterminer les équations des tangentes des deux courbes aux points d'abscisses 0, 1 et 2.
4. Résoudre graphiquement  $f(x) = g(x)$ .
5. En déduire les solutions de  $x^3 + 2x^2 - 16 = 0$ .

### Exercice 9 :

Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = \frac{2x-5}{3x-1}$  et  $(C)$  sa courbe.

- 1) a) Déterminer l'ensemble de définition de  $f$ .  
b) Calculer les limites de  $f$  aux bornes de l'ensemble de définition.
- 2) a) Déterminer la fonction dérivée  $f'$  et étudier son signe.  
b) Dresser le tableau de variation de  $f$ .
- 3) a) Déterminer une équation de la tangente  $(T)$  en  $x_0 = 2$ .  
b) Représenter graphiquement  $(T)$  et  $(C)$ .
- c) Résoudre graphiquement  $\frac{2x-5}{3x-1} \leq x+5$ .