

Série 1 : Exercices sur les inéquations

Exercice 1 :

Écrire les trinômes suivants sous la forme d'un produit de facteurs du premier degré si possible.

a) $f_1(x) = x^2 - 7x + 10$

b) $f_2(x) = 2x^2 - 5x + 2$

c) $f_3(x) = -3x^2 + 4x + 4$

d) $f_4(x) = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x + 1$

Exercice 2 :

Dans chacun des cas suivants, déterminer un trinôme du second degré admettant :

1. Les réels 2 et -5 comme racines.
2. Le réel 3 comme racine double.

Exercice 3 :

Étudier suivant les valeurs de x le signe des trinômes suivants :

a) $T_1(x) = x^2 + x - 2$

b) $T_2(x) = -x^2 + 2x - 3$

c) $T_3(x) = x^2 - 4x + 4$

d) $T_4(x) = -x^2 + 6x - 5$

e) $T_5(x) = x^2 - x - 6$

f) $T_6(x) = \sqrt{2}x^2 - 3x + \sqrt{2}$

Exercice 4 :

Dire si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Justifier votre réponse.

1. Si pour tout réel x , $f(x) < 0$, alors $\Delta < 0$.
2. Si pour tout réel x , $f(x) > 0$, alors $\Delta > 0$.
3. Si a et c sont de signes contraires, $f(x) = ax^2 + bx + c$ a deux racines distinctes.
4. Si on double les coefficients d'un trinôme, ses racines doublent.

Exercice 5 :

Déterminer le réel m pour que le trinôme $T(x) = -x^2 + 2x - m$ soit négatif pour tout x .

Exercice 6 :

Résoudre dans \mathbb{R} :

a) $x^2 - 3x + 2 > 0$

b) $x^2 + 4 > 0$

c) $x^2 - 4 \leq 0$

d) $2x^2 - 24x + 72 < 0$

e) $29x \geq x^2 - 96$

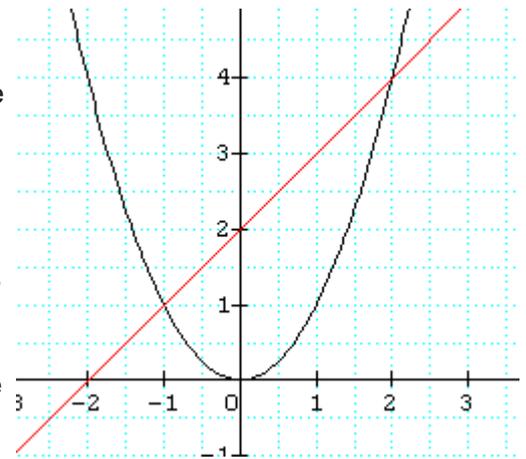
f) $-x^2 + x\sqrt{2} - 1 < 0$

Exercice 7 :

Comme l'indique la figure ci-dessous, on a tracé dans le même repère les courbes des fonctions :

$$f(x) = x^2 \quad \text{et} \quad g(x) = x + 2$$

1. a) Lire dans quel intervalle la courbe de f est en-dessous de la courbe de g . Quel est alors le signe de $f(x) - g(x)$ dans cet intervalle ?
- b) Lire dans quels intervalles la courbe de f est au-dessus de la courbe de g . Quel est alors le signe de $f(x) - g(x)$ dans ces intervalles ?
2. Vérifier algébriquement le résultat en dressant le tableau de signe de $f(x) - g(x)$.

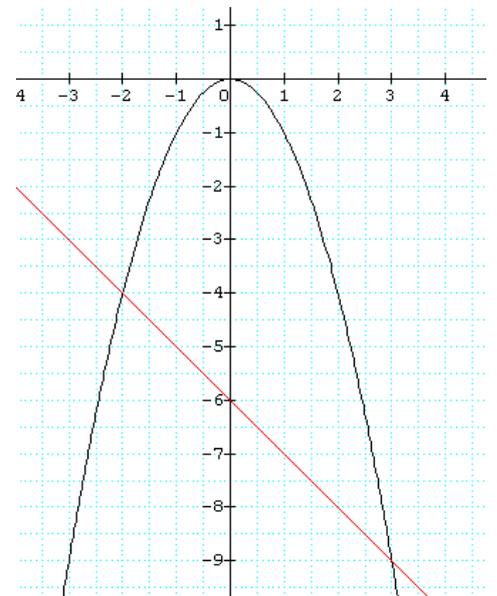


Exercice 8:

Comme l'indique la figure ci-dessous, on a tracé dans le même repère les courbes des fonctions :

$$f(x) = -x^2 \quad \text{et} \quad g(x) = -x - 6$$

1. a) Lire pour quelles valeurs de x , on a $f(x) = g(x)$
- b) Lire dans quels intervalles la courbe de f est en-dessous de la courbe de g . Quel est alors le signe de $f(x) - g(x)$ dans ces intervalles ?
- c) Lire dans quel intervalle la courbe de f est au-dessus de la courbe de g . Quel est alors le signe de $f(x) - g(x)$ dans cet intervalle ?
2. Vérifier algébriquement le résultat en dressant le tableau de signe de $f(x) - g(x)$.



Exercice 9 :

On considère l'inéquation (E) : $\frac{-2x}{x+1} \geq \frac{4x+3}{x-2}$.

1. Pour quelles valeurs de x cette équation a-t-elle un sens ?
2. Dresser le tableau de signe de $\frac{-2x}{x+1} - \frac{4x+3}{x-2}$.
3. En déduire les solutions de (E).

Exercice 10 :

On considère l'inéquation (E) : $\frac{x+1}{2x} \leq \frac{x-2}{x-1}$.

1. Pour quelles valeurs de x cette équation a-t-elle un sens ?
2. Dresser le tableau de signe de $\frac{x+1}{2x} - \frac{x-2}{x-1}$.
3. En déduire les solutions de (E).