(2bis)sujet bac technique 2014-correction

Rappel énoncé

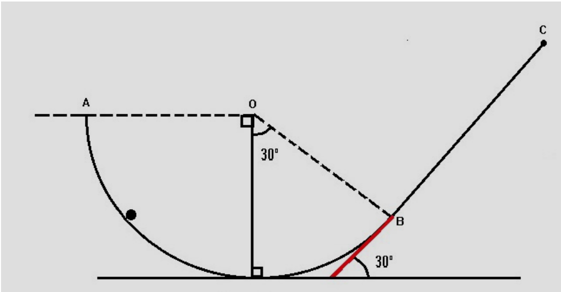

figure 1

On considère une piste A B C comme l'indique la figure à gauche.

-**AB**:un arc de cercle de centre O et de rayon **r = 0,5m**

-**BC**:une partie rectiligne

A,B et C sont dans un plan vertical.

Une bille M, supposée ponctuelle de masse m=100g, est lancée à partir du point A avec une vitesse $\overrightarrow{V_A}$ tangente à la trajectoire (V_A=2m.s^{-1}),

1.Calculer au point B :
a) la vitesse $\mathbf{V_B}$ de la bille.

b)l'intensité de la réaction exercée par la piste sur la bille.

2. Calculer la distance BC pour que la bille arrive en C avec une vitesse nulle.

Dans tout le problème, les frottements sont négligeables et g=10m.s^{-2}.

***Conseil** : Avant de faire une application numérique, vérifier l'homogénéité des formules littérales par un petit calcul dimensionnel (avec les unités SI de préférence).*

1. a)-Calcul de la vitesse en B:

Désignons par **Ep**$_{(A)}$, **Ep**$_{(B)}$, les énergies potentielles du système {bille,Terre} aux points A et B et par **Ec**$_{(A)}$ et **Ec**$_{(B)}$ les énergies cinétiques de translation en ces mêmes points (la bille étant considérée ponctuelle, il n'y a pas lieu de considérer l'énergie cinétique de rotation. Cela apporte une simplification évidente pour l'étude mais ne correspond pas vraiment à la réalité!).

En l'absence de frottements, l'énergie mécanique E_m se conserve au cours du mouvement, soit :

$$\mathbf{E_m(A)=E_m(B)\Rightarrow E_C(A)+E_p(A)=E_C(B)+E_p(B)}\,(1)$$

Choisissons comme origine des énergies potentielles le plan horizontal passant par O'

(voir fig. 2 ci-dessous)

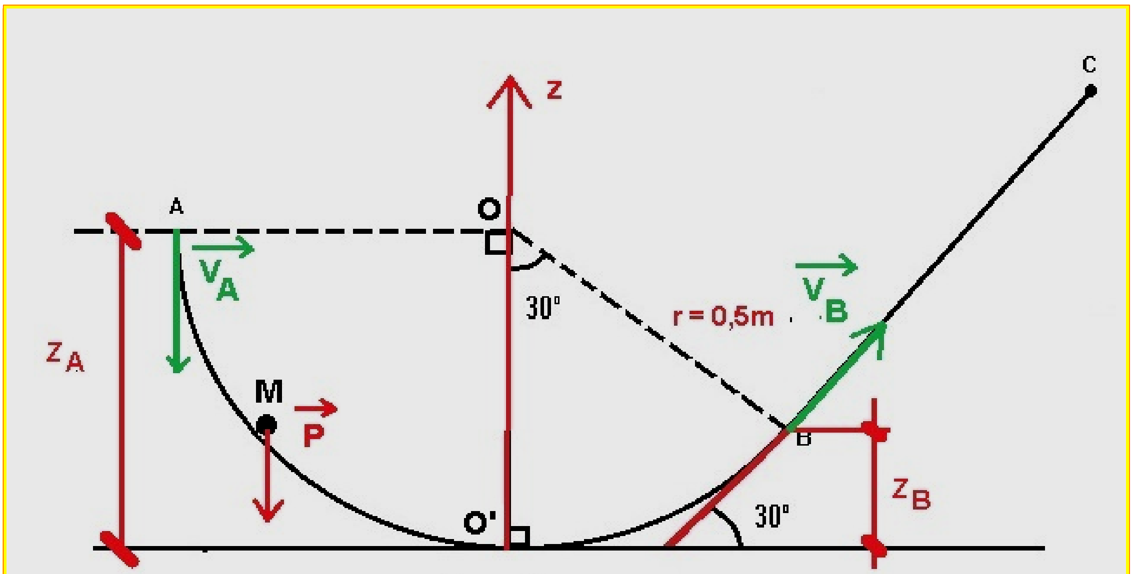

figure 2

La relation (1) s'écrit alors :

$$\frac{1}{2}m.V_A^2+m.g.z_A=\frac{1}{2}m.V_B^2+m.g.z_B$$

$$\Rightarrow \mathbf{V_B}=\sqrt{\mathbf{V_A}^2+2\mathbf{g}(\mathbf{z_A}-\mathbf{z_B})} \qquad \textbf{vérif homogénéité}: \sqrt{(\mathbf{m.s^{-1}})^2+\mathbf{m.s^{-2}.m}}=\mathbf{m.s^{-1}}$$

avec z_A=r et z_B= r – r.cos30°= r (1- $\frac{\sqrt{3}}{2}$) , soit :

$$\boxed{\mathbf{V_B}=\sqrt{2^2+2.10.0{,}5\frac{\sqrt{3}}{2}}=3{,}56\,\mathbf{m.s^{-1}}}$$

1.b)-Calcul de la valeur de la réaction en B

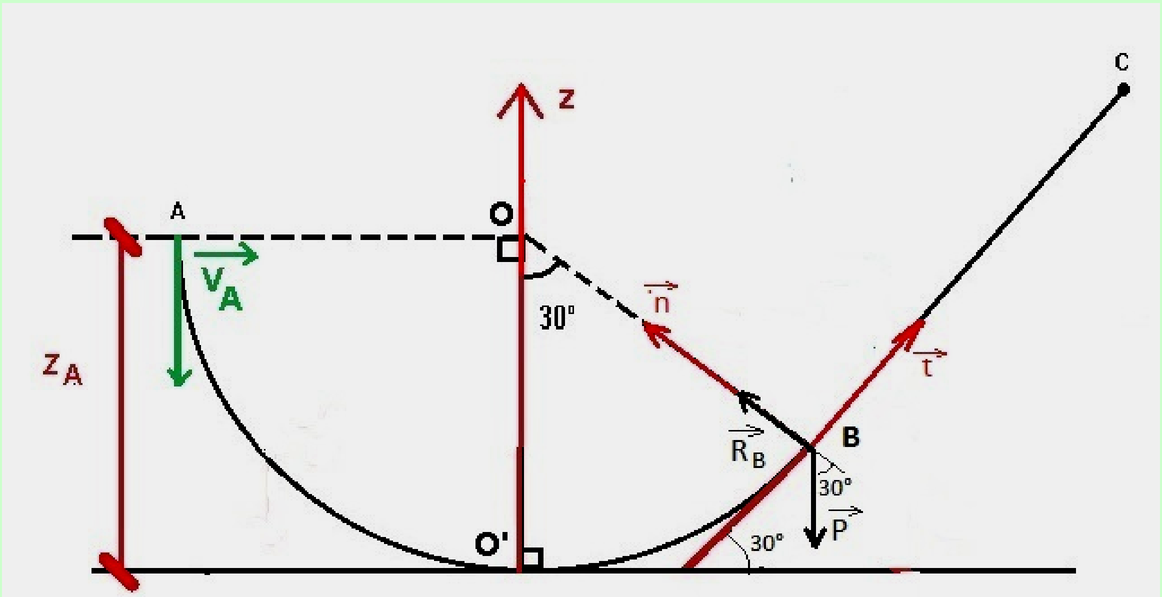

figure 3

Bilan des forces sur la bille au point B :

Elle est soumise :

-à son poids $\vec{\mathbf{P}}$ vertical descendant.

-à la réaction $\vec{\mathbf{R}}_\mathbf{B}$, normale à la piste en l'absence de frottements.

Relativement au référentiel Terre galiléen, nous pouvons écrire :

$$\boxed{\vec{\mathbf{P}}+\vec{\mathbf{R}}_\mathbf{B}=\mathbf{m}.\vec{\mathbf{a}}}$$

$\vec{\mathbf{a}}$ étant l'accélération du point mobile en B.

Projetons cette relation sur l'axe tangent et l'axe normal à la trajectoire :

-axe tangent : $-\mathbf{m}.\mathbf{g}.\sin 30°=\mathbf{m}.\mathbf{a_t}$

-axe normal: $-\mathbf{m}.\mathbf{g}.\cos 30°+\mathbf{R_B}=\mathbf{m}.\mathbf{a_N}=\mathbf{m}.\frac{\mathbf{V_B}^2}{\mathbf{r}}$

soit : $$\mathbf{R_B = m.\frac{v_B^2}{r} + m.g.\cos 30° = m.\left(\frac{v_B^2}{r} + g.\cos 30°\right)}$$

$$\boxed{\Rightarrow \mathbf{R_B} = 0{,}1\left(\frac{3{,}56^2}{0{,}5} + 10.\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 3{,}4\ \mathbf{N}}$$

2. Calcul de la distance BC pour que la bille arrive en C avec $V_C=0$

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique entre B (état initial) et C (état final) qui s'applique dans le référentiel Terre (galiléen),

La variation d'énergie cinétique entre les deux états est égale à la somme des travaux des forces agissant sur le mobile. (remarque : variation = état final – état initial)

La réaction normale n'effectuant aucun travail , le théorème s'écrit :

$$\Delta\, \mathbf{E_C(B \to C) = W(\vec{P})_{(B\to C)}}$$,soit :

$$0 - \frac{1}{2}.\mathbf{m.v_B^2 = -m.g.\sin 30°.BC} \qquad \Rightarrow \mathbf{BC} = \frac{\mathbf{V_B^2}}{2.g.\sin 30°} \qquad \mathbf{homogénéité :} \frac{(\mathbf{m.s^{-1}})^2}{\mathbf{m.s^{-2}}} = \mathbf{m}$$

$$\boxed{\mathbf{BC} = \frac{3.56^2}{2.10.0{,}5} = 1{,}27\ \mathbf{m}}$$