

Série A - session 2010 : exercice 2 - corrigé**1- a) Calcul de U_1 , U_2 et U_3** La suite (U_n) est définie par $U_n = \frac{n-1}{n}$ On a $U_1 = \frac{1-1}{1} = 0$, $U_2 = \frac{2-1}{2} = \frac{1}{2}$ et $U_3 = \frac{3-1}{3} = \frac{2}{3}$ **b) Expression de U_{3n+1} en fonction de n** On remplace n par $(3n+1)$, alors on a : $U_{3n+1} = \frac{(3n+1)-1}{3n+1} = \frac{3n}{3n+1}$ **2 - a) Raison de la suite (V_n)** Soit r la raison de la suite arithmétique (V_n) On a $V_n = V_k + (n - k)r$ pour tous entiers n et k Prenons $n = 75$ et $k = 32$, alors $V_{75} = V_{32} + (75 - 32)r = V_{32} + 504$ D'où $(75 - 32)r = 504$; c'est-à-dire $r = 8$ **b) Calcul de la somme $S = U_{12} + U_{13} + \dots + U_{75}$.**

La somme de termes consécutifs d'une suite arithmétique est

$$S = \text{nb de termes} \frac{(\text{1}^{\text{er}} \text{ terme} + \text{dernier terme})}{2}$$

c'est-à-dire $S = (75 - 12 + 1) \frac{V_{12} + V_{75}}{2}$

avec $V_{12} = V_{32} + (12 - 32)r = 176 - 20 \cdot 8 = 16$

et $V_{75} = V_{32} + (75 - 32)r = 176 + 43 \cdot 8 = 520$

donc $S = (75 - 12 + 1) \frac{16 + 520}{2} = 16380$

c) Montrons que (V_n) est strictement croissante (V_n) est une suite arithmétique de raison $r = 8$, strictement positive, donc elle est strictement croissante

Programme EDUCMAD