



Série : A

Epreuve de : MATHÉMATIQUES

Code matière : 009

Durée : 02 heures 15 minutes

Coefficients : A1 = 1 ; A2 = 3



**NB** : - Les deux (02) exercices et le problème sont obligatoires.

- L'utilisation d'une calculatrice scientifique non programmable est autorisée.

**EXERCICE 1 : (5 points)**

On considère la suite  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$  définie par son premier terme  $U_0 = -4$  et par la relation de

réurrence :  $U_{n+1} = \frac{1}{3}U_n - 4$ .

1) Calculer  $U_1$  et  $U_2$ . (0,5pt)

2) Soit  $(V_n)$  la suite définie par  $V_n = U_n + 6$  pour tout  $n \in \mathbb{N}$ .

a) Démontrer que  $(V_n)$  est une suite géométrique dont on précisera la raison  $q$  et le premier terme  $V_0$ . (1pt)

b) Exprimer  $V_n$  puis  $U_n$  en fonction de  $n$ . (1pt)

3) a) Exprimer en fonction de  $n$ , les sommes suivantes :

$S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_n$ . (1pt)

et  $S'_n = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n$ . (1pt)

b) Calculer  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{S'_n}{n+1}$ . (0,5pt)

**EXERCICE 2 (5 points)**

L'évolution de la production rizicole  $y_i$  en tonnes d'un Petit Périmètre Irrigué (PPI) durant les six années est représentée par le tableau suivant :

ANNEE	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Rang de l'année $x_i$	1	2	3	4	5	6
Production en tonnes $y_i$	65	70	63	68	76	81

1) Construire le nuage des points associé à la série  $(x_i ; y_i)$ .

Sur l'axe des abscisses : 1 cm pour unité.

Sur l'axe des ordonnées : 60 à l'origine et 1 cm pour 5 tonnes.

(1pt)

2) Calculer les coordonnées du point moyen G.

(0,5pt)

3) En utilisant la méthode de Mayer, déterminer une équation de la droite d'ajustement.

(1,5pts)

/...

- 4) Tracer cette droite. (0,5pt)
- 5) Déterminer graphiquement la production en tonnes du PPI en 2018. Vérifier le résultat à l'aide d'un calcul. (1,5pts)

**PROBLEME (10 points)**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = 1 - 2x + e^x$ . On note par  $(C)$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  d'unité 1 cm.

- 1) a) Calculer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ . (0,5pt ; 0,5pt) (A<sub>1</sub> ; A<sub>2</sub>)
- b) Vérifier que pour tout  $x \in \mathbb{R} : f(x) = x \left( \frac{1}{x} - 2 + \frac{e^x}{x} \right)$ . (0,5pt ; 0,5pt)
- c) Sachant que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$ , calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ . (0,5pt ; 0,5pt)
- 2) a) Calculer  $f'(x)$ . (1,5pts ; 1pt)
- b) Dresser le tableau de variation de  $f$ . (1,5pts ; 1,5pts)
- 3) a) Déterminer les coordonnées du point A, intersection de  $(C)$  avec l'axe  $(y'Oy)$ . (0,5pt ; 0,5pt)
- b) Ecrire une équation de la tangente  $(T)$  à  $(C)$  en A. (1pt ; 1pt)
- 4) Calculer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (-2x + 1)]$ . Que signifie ce résultat pour la courbe  $(C)$ ? (1,5pts ; 1pt)
- 5) Calculer la valeur exacte de  $f(1)$  et celle de  $f(2)$ . (0,5pt ; 0,5pt)
- 6) Tracer  $(T)$  et  $(C)$  sur l'intervalle  $]-\infty ; 2]$ . (2pts ; 1,5pts)

**Pour A<sub>2</sub> seulement :**

- 7) a) Calculer une primitive de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ . ; (1pt)
- b) En déduire l'aire géométrique en  $\text{cm}^2$ , du domaine plan limité par la courbe  $(C)$ , l'axe des abscisses et les droites d'équations  $x = 0$  et  $x = \ln 2$ . ; (0,5pt)
- On donne  $\ln 2 \simeq 0,7$  ;  $e^2 \simeq 7,4$  ;  $e \simeq 2,7$ .

\*\*\*\*\*