Série C - session 2014 : exercice partie A – corrigé

Probabilités

1 – Calcul de P_A et de P_B.

On a $P_A + P_B + P_C = 1$

3 nombres a, b, c forment dans cet ordre une progression arithmétique lorsque a+c=2b alors $P_A + P_C = 2 P_B$.

Sachant que $P_C = \frac{1}{6}$, on a à résoudre le système :

$$\begin{cases} P_C = \frac{1}{6} \\ P_A + P_B + P_C = 1 \\ P_A + P_C = 2\,P_B \end{cases}$$

Donc $P_A = \frac{1}{2}$ et $P_B = \frac{1}{3}$

2 – Probabilité d'atteindre au moins une fois la zone C

Soit D l'événement " atteindre au moins une fois la zone C"

L'événement contraire de D est $\overline{D}$: " atteindre 0 fois la zone C"

On a $P_{\overline{D}} = \left(\frac{5}{6}\right)^4$, d'où $P_D = 1 - P_{\overline{D}} = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^4 = \frac{671}{1296}$

3 – Probabilité de l'événement E = "le jeu s'arrête au 3ème tir"

$E = (\overline{C}\,;\overline{C}\,;C)$

$P(E) = P(\overline{C}) \times P(\overline{C}) \times P(C)$

$P(E) = \left(\frac{5}{6}\right)^2 \times \frac{1}{6} = \frac{25}{216}$

4 – Probabilité P_n pour que le jeu s'arrête au nème tir

$P_n = P(\overline{C}\,;\overline{C}\,;\ldots\overline{C}\,;C) = \left[P(\overline{C})\right]^{n-1} \times P(C) = \left(\frac{5}{6}\right)^{n-1} \times \frac{1}{6}$

Limite de P_n

Pour tout réel a (-1<a <1) on a $\lim\limits_{n\to+\infty} a^n = 0$

Comme $-1 < \frac{5}{6} < 1$ donc $\lim\limits_{n\to+\infty} P_n = \lim\limits_{n\to+\infty} \left(\frac{5}{6}\right)^{n-1} \times \frac{1}{6} = 0$