

***Physique chimie terminale S***  
***Mécanique***



# Chapitre I : Cinématique

Table des matières.....	3
I. Généralité.....	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>
II. Rappels.....	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>
1. Système.....	8
2. Solide.....	8
3. Point matériel.....	8
4. Le référentiel .....	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>
a) Repère de temps.....	13
b) Repère d'espace .....	13
III. La Trajectoire dans le repère cartésien.....	17
IV. Expression des coordonnées des vecteurs .....	18
1. Vecteur position .....	18
a) Position d'un point mobile M .....	18
b) Norme du vecteur position <b><math>OMt</math></b> .....	19
2. Vecteur vitesse.....	20
a) Définition et caractéristique.....	20
b) Vecteur vitesse et coordonnées cartésiennes .....	21
c) Norme du vecteur vitesse $v$ .....	21
3. Vecteur accélération.....	21
a) Définition et caractéristiques.....	21
b) Vecteur vitesse et coordonnées cartésiennes .....	22
V. Etude de quelques mouvements particuliers .....	22
1. Mouvement rectiligne uniforme.....	22
a) Comment établir l'équation horaire.....	23
b) Application .....	23
2. Mouvement rectiligne uniformément varié .....	24
a) Définition .....	24
b) Etablissement de l'équation horaire .....	24

c)	Relation indépendante du temps :.....	25
d)	Application :.....	26
3.	Mouvement circulaire uniforme : .....	27
a)	Définition :.....	27
b)	Accélération : .....	27
c)	Etablissement de l'équation horaire :.....	28
4.	Mouvement sinusoïdal :.....	28
a)	Mouvement rectiligne sinusoïdal :.....	28
b)	Mouvement circulaire sinusoïdal :.....	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>

# Cinématique

**Objectif général :** L'apprenant doit être capable de résoudre une situation-problème relative au mouvement d'un solide.

➤ Objectifs d'apprentissage	➤ Contenus
<ul style="list-style-type: none"><li>➤ L'apprenant doit être capable de (d') :</li><li>➤ Décrire le mouvement d'un point matériel dans un plan au cours du temps à partir d'une chronophotographie.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>➤ Donner l'expression de la Trajectoire dans le repère cartésien <i>Expression des coordonnées des vecteurs :</i><ul style="list-style-type: none"><li>- <b>position</b></li><li>- <b>vitesse</b></li><li>- <b>accélération</b></li></ul></li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>➤ L'apprenant doit être capable de (d') : Etudier quelques mouvements</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>➤ Étude de quelques mouvements particuliers :<ul style="list-style-type: none"><li>- <b>Mouvement rectiligne uniforme</b></li><li>- <b>Mouvement rectiligne uniformément varié</b></li><li>- <b>Mouvement circulaire uniforme</b></li><li>- <b>Mouvement sinusoïdal</b></li></ul></li></ul>

# I. Introduction à la mécanique, la cinématique et la dynamique.

## Vidéo d'introduction

**Recherche sur le site KhanAcademy.org : « saisir première loi de newton » pour voir apparaître toutes les vidéos disponibles en mécanique**

- Lien en ligne :

[Première loi de Newton \(vidéo\) | Khan Academy](#)

- Lien pour aller sur le site local :
- Disponible également sur YouTube :

<https://youtu.be/hLpM7z5QdJo>

**La mécanique** est une partie de la physique qui étudie le mouvement des corps et les forces auxquelles ils sont soumis.

La mécanique exige donc des définitions précises de grandeurs telles que le déplacement, le temps, la vitesse, l'accélération, la masse ou la force.

Nous nous intéressons à la mécanique classique qui comporte 3 grands domaines : La statique, la cinématique et la dynamique.

## 1. La statique

La statique a pour objet l'étude des forces qui s'exercent sur un corps en équilibre.

Lorsqu'un solide est au repos, la somme des forces qui lui sont appliquées est nulle.

### **Par exemple :**

Un livre posé sur une table est soumis à deux forces :

- Son poids qui l'attire vers le sol, et
- La réaction de la table qui le pousse vers le haut.

Ce livre est immobile, donc la résultante de ces deux forces est nulle.

## 2. La cinématique

La cinématique étudie les mouvements indépendamment des causes qui les provoquent.

**Par exemple :**

Une voiture met 2h pour parcourir 12 km.

- On peut étudier la vitesse moyenne et la vitesse instantanée de cette voiture.
- On peut également étudier l'accélération moyenne et instantanée de cette voiture.

La cinématique est donc l'étude des grandeurs liées au mouvement d'un corps (la position, la vitesse et l'accélération d'un point mobile au cours du temps) sans s'occuper des causes qui sont à l'origine du mouvement.

## 3. La dynamique

La dynamique s'intéresse aux mouvements d'un corps sous l'action des forces auxquelles il est soumis.

La **dynamique**, s'intéresse donc à la fois à la description du mouvement et aux forces qui le provoquent.

Prenons l'exemple d'un stylo posé sur un bureau. Si on pousse l'une de ses extrémités dans un sens, et l'autre dans le sens opposé avec la même force, le stylo va pivoter, suite au couple qu'on lui aura fait subir.

La dynamique définit de manière précise les notions de **force et de masse**. Elle introduit également **la notion de couple**.

Un couple est un ensemble de deux forces égales, parallèles et de sens contraire.

## II. Définitions des grandeurs fondamentales de la cinématique

La cinématique décrit le mouvement des corps. Elle exige donc des définitions précises de grandeurs telles que le système, le référentiel, la vitesse, l'accélération.

### 1. Système

Un système est un objet ou un ensemble d'objets délimité par une surface réelle ou fictive et que l'on distingue de son environnement pour en faire une étude particulière.

Le système devra être défini pour chaque problème considéré.

Tout ce qui n'appartient pas au système constitue le milieu extérieur ou « reste de l'Univers »

### 2. Solide

Un solide est un corps indéformable. On peut considérer un solide comme étant constitué d'une infinité de points matériels qui conservent entre eux des distances fixes quel que soit son mouvement.

Dans la suite, lorsqu'on étudiera le mouvement d'un solide, on se limitera à décrire le mouvement d'un seul de ses points. Autrement dit, la position du solide sera repérée par celle de l'un des points matériels qui le constituent. mouvement d'un seul de ses points.

### 3. Point matériel

On appelle **point matériel** un solide dont la position est entièrement définie par la seule donnée des trois coordonnées d'un point du solide. Cela revient à négliger tout effet de rotation du solide sur lui-même ou son extension spatiale.



### **Petit jeu d'introduction :**

*Placez deux objets différents, une pomme et un stylo, en deux endroits différents de la pièce. Repérez bien la position de ces deux objets, bandez les yeux à un cobaye et faites-le tourner sur lui-même pour perdre son sens de l'orientation, puis posez-lui la main sur le premier objet, pour qu'il sache où il se trouve.*

*Le jeu commence : essayer de faire toucher le second objet au cobaye en ne lui donnant que des instructions verbales.*

### **Observations de la part des élèves :**

#### **Commentaires professeur :**

*Vous vous apercevrez qu'il vous faudra toujours donner trois indications au minimum pour que le cobaye trouve l'objet.*

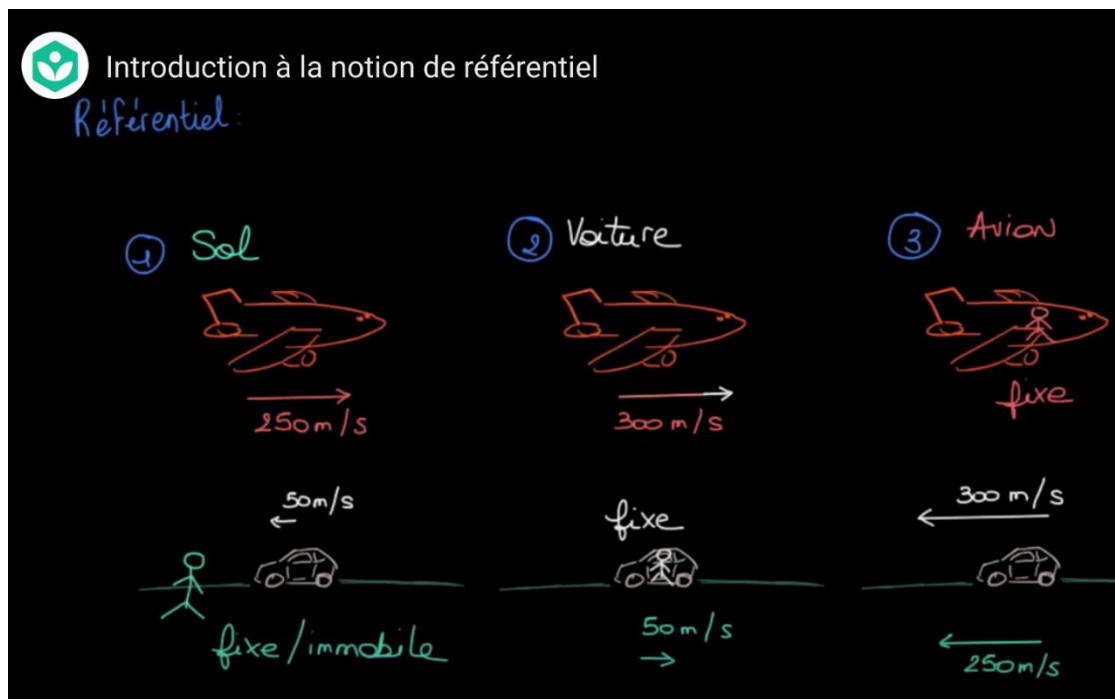
*On dit que notre espace a trois dimensions.*

*Vous verrez aussi que vous serez obligé de spécifier des nombres, l'un d'entre eux au moins faisant référence à une longueur connue. Vous direz par exemple une longueur de bras ou cinquante centimètres. Ces nombres sont appelés des coordonnées. Il existe différents ensembles de nombres permettant de repérer un même objet, on dira qu'on peut utiliser plusieurs systèmes de coordonnées (par exemple, dans le plan vous connaissez les coordonnées cartésiennes et les coordonnées polaires).*

## 4. Le référentiel

<https://fr.khanacademy.org/science/physics/one-dimensional-motion/displacement-velocity-time/v/introduction-to-reference-frames>

Pour étudier le mouvement d'un système on a toujours besoin de se fixer un référentiel : c'est un objet par rapport auquel on étudiera le mouvement de notre système.



En effet, si on choisit de prendre l'exemple du voyageur assis dans un train en marche alors le référentiel va changer selon l'observateur :

- par rapport à un observateur sur **le quai**, le voyageur est **en mouvement**
- par rapport à un observateur dans **le train**, le voyageur est **immobile**.

**Définition : Un référentiel est un repère d'espace et de temps par rapport auquel on étudie le mouvement.**

Un référentiel est donc l'ensemble formé d'un repère (à une ou plusieurs dimensions) et d'une horloge.

Le choix du référentiel est libre. N'importe quel solide peut servir de référentiel, cependant il est préférable de choisir le référentiel pour lequel la trajectoire du point (ensemble des positions successives au cours du temps) est la plus simple (une droite, un cercle ou une courbe mathématiquement modélisable).

## Les différents référentiels usuels

### a. Référentiel terrestre

Il est constitué d'un point du sol et de trois axes (en général un axe vertical et deux axes dans le plan horizontal).

On l'utilise pour décrire les mouvements à petite échelle des objets qui nous entourent et il prend la Terre comme référence. Dans ce référentiel la terre est donc immobile.

Il permet d'étudier tout mouvement sur Terre comme une balle lancée ou un véhicule en déplacement.

### b. Le référentiel géocentrique

C'est un référentiel dont **l'origine O est le centre de masse de la Terre**. Les trois axes pointent vers des étoiles suffisamment éloignées (étoile polaire, Béta du Centaure...) pour ne donner lieu à aucune parallaxe observable.

Il est utilisé pour **décrire le mouvement des satellites de la Terre (Lune, satellites artificiels...)**.

**Dans ce référentiel, la Terre est en rotation sur elle-même autour de l'axe des pôles**, et la trajectoire de la Lune est quasi circulaire

### c. Le référentiel héliocentrique (ou référentiel de Kepler)

C'est un référentiel dont **l'origine O du repère est le centre de masse du Soleil**. Les trois axes pointent vers des étoiles suffisamment éloignées pour être considérées comme immobiles pendant l'étude cinématique.

Il est utilisé pour **décrire le mouvement des planètes du système solaire**.

Dans ce référentiel, **la trajectoire de la Terre est très proche d'un cercle centré sur le Soleil** (en fait, il s'agit d'une ellipse de très faible excentricité dont le centre du Soleil occupe l'un des foyers).

## Les principaux référentiels :

Activité disponible sur le site en ligne Learning apps depuis ce lien

<https://learningapps.org/view3211684>

Référentiel	Centre	Axes	Mouvements étudiés
Référentiel terrestre	Centré en un point de la surface de la terre	1 axe vertical et 2 axes dans le plan horizontal	Un véhicule, un animal, un objet
Référentiel Géocentrique	Centré sur le centre de masse de la terre	3 axes orientées vers des étoiles lointaines	La lune, les satellites artificielles
Référentiel héliocentrique ou référentiel de Kepler	Centré sur le centre de masse du soleil.	3 axes orientées vers des étoiles lointaines	A l'échelle du système solaire : planètes, comètes, astéroïdes.

## **Applications :**

Système en mouvement	Référentiel Terrestre	Référentiel Géocentrique	Référentiel Héliocentrique
Terre			
Lune			
Coureur			
Fusée			
Avion			
Ballon de baudruche			
Skieur			
Mars			
TGV			
Boeing			
Jupiter			
la Station Spatiale			

## Correction de l'application

Système en mouvement	Référentiel Terrestre	Référentiel Géocentrique	Référentiel Héliocentrique
La sonde spatiale		x	
Lune		x	
Coureur	x		
Fusée		x	
Avion		x	
Ballon de baudruche	x		
Skieur	x		
Mars			x
TGV	x		
Jupiter			x
Terre			x

### d. Repère de temps

Le repère de temps est constitué **d'un instant d'origine** correspondant au début du mouvement **et d'une unité de temps** : la seconde (s).

Sa coordonnée  $t$  est appelée date représentant la valeur algébrique d'un instant.

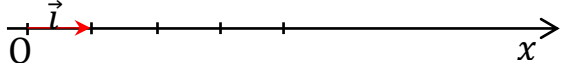
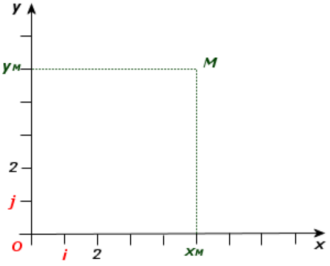
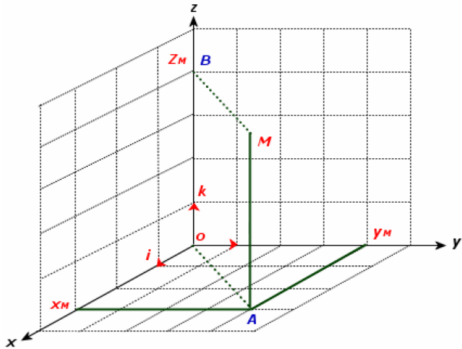
$t > 0$  : pour un mouvement postérieur à l'instant origine de date  $t=0$

$t < 0$  : pour un mouvement antérieur à l'instant origine de date  $t=0$ .

### e. Repère d'espace

Le repère d'espace est un repère d'observation attaché à un référentiel choisi. Il est représenté par l'un des repères suivants :

### ❖ Repère cartésien

	Repère cartésien $(O, \vec{i})$ de coordonnée $x$ ,
	Repère cartésien $(O, \vec{i}, \vec{j})$ de coordonnées $(x, y)$
 <p>Source : <a href="#">Repérage dans l'espace - Maxicours</a></p>	Repère cartésien $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ de coordonnées $(x, y, z)$ .

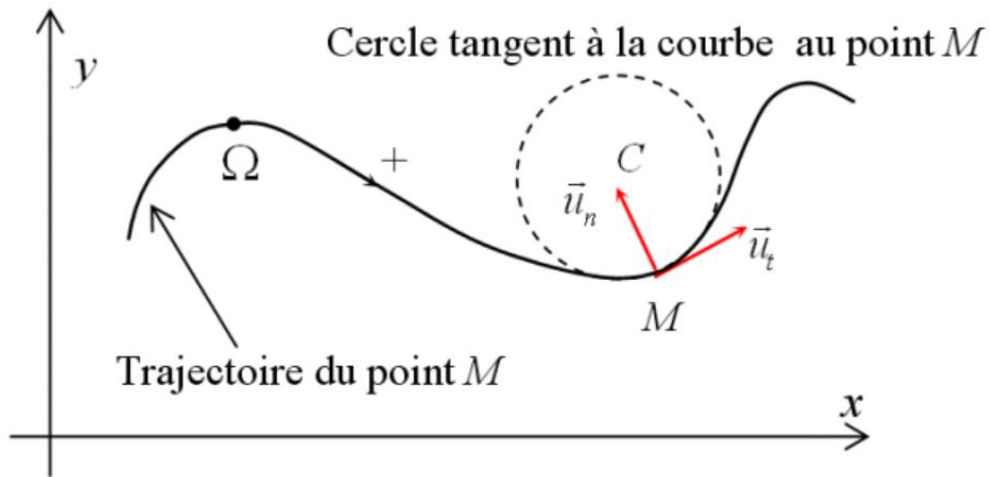
### ❖ Repère de Frenet

Le repère de Frenet est un repère orthonormé lié au mobile  $M$  et que l'on note par  $(M, \vec{u}_t, \vec{u}_n)$ .

**Il est utilisé comme repère de calcul lorsque la trajectoire du mobile est circulaire.** Dans ce cas, le repère d'observation et le repère de calcul sont séparés.

$\vec{u}_t$ : vecteur unitaire tangent à la trajectoire et toujours orienté suivant le sens positif.

$\vec{u}_n$ : vecteur unitaire normale à  $\vec{u}_t$  et toujours orienté vers le centre de la trajectoire circulaire



[Source : Cinématique du point - Abscisse curviligne et base de Frenet \(dans un plan\) \(univ-lemans.fr\)](#)

## A retenir : Comment décrire le mouvement d'un objet ?

### 1. Définir le système

**Le système** est l'objet ou l'ensemble des objets auxquels on s'intéresse pour l'étude de son mouvement.

Pour l'étude du mouvement d'un objet ou d'un ensemble d'objet, **on choisira le centre d'inertie ou centre de gravité de l'objet.**

### 2. Définir le référentiel

Un référentiel est un ensemble d'objets, par rapport auquel on définit le mouvement de l'objet étudié dans l'espace et dans le temps.

- **Un repère temporel** ou horloge permet de donner une date notée  $t$  à chaque position étudiée.

**Les repères temporels usuels :**

- Repère cartésien

Le repère cartésien  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  ayant pour **origine O fixe** et pour **vecteurs unitaires**  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  constants.

- Repère de Frenet

Lorsqu'un système est en mouvement selon une **trajectoire circulaire**, le repère cartésien n'est pas le plus adapté. Le repère de Frenet est alors utilisé. Ce repère a pour **origine le centre de gravité du système** et pour vecteurs unitaires  $\vec{T}$  et  $\vec{N}$

- **Un repère d'espace** ou un point de vue permet d'indiquer la position du système étudié.

**Les repères d'espace usuels :**

- **Repère Terrestre**

Repère lié à la surface de la Terre, est adapté à l'étude du mouvement d'un objet proche de la surface de la Terre.

- **Repère Géocentrique**

Repère lié au centre de masse de la Terre et dont les axes pointent vers de étoiles lointaines. Adapté à l'étude du mouvement

- **Référentiel Héliocentrique**

Repère lié au centre de masse du soleil et dont les axes pointent vers des étoiles lointaines.



### III. La Trajectoire dans le repère cartésien.



La trajectoire d'un ballon de football est une trajectoire parabolique.

**Définition** : La trajectoire d'un point matériel est l'ensemble des positions successives occupées par ce point au cours du temps. Elle dépend du référentiel choisi.

Rappel : Pour décrire le mouvement d'un mobile, il faut choisir un repère référentiel.

La trajectoire d'un point correspond à l'ensemble des positions occupées par ce dernier au cours de son mouvement. On distingue plusieurs types de trajectoire parmi lesquels les plus simples sont :

**La trajectoire rectiligne** : ce qui correspond au fait que le mobile se déplace sur une droite. Le mouvement est d'ailleurs appelé **mouvement rectiligne** *comme dans le cas d'un ascenseur.*

**La trajectoire circulaire** qui correspond au fait que le mobile se déplace sur un arc de cercle. Le mouvement est appelé **mouvement circulaire**. *On peut notamment illustrer ce mouvement avec l'exemple des aiguilles d'une horloge.*

Lorsque la trajectoire correspond à une courbe qui n'est pas un cercle on parle de **trajectoire curviligne**. Le mobile se déplace sur une courbe quelconque, plane ou non. Le mouvement est appelé **mouvement curviligne**, *comme la trajectoire d'un ballon de football.*

## IV. Expression des coordonnées des vecteurs

**Exemple** : lancer de projectile

<https://fr.khanacademy.org/science/physique-a-l-ecole/x6e8a541a302cdab5:physique-a-l-ecole-5e-annee-secondaire-2h#x6e8a541a302cdab5:physique-a-l-ecole-5e-2h-cinematique-balistique>

### 1. Vecteur position

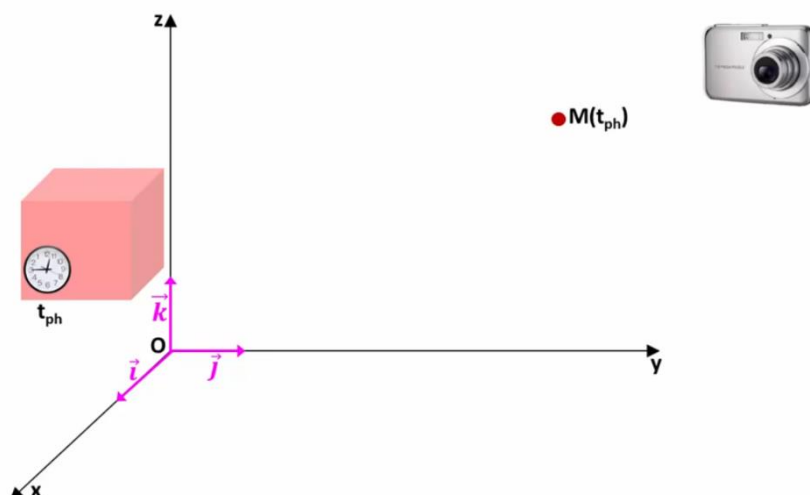
Nous aurons besoin de décrire le mouvement des objets. Le mouvement étant une variation de la position dans le temps, il faut donc savoir définir la position des objets.

**Dans un référentiel, à une date  $t$ , la position de  $M$  est repérée par ses coordonnées  $x(t)$ ,  $y(t)$  et  $z(t)$**

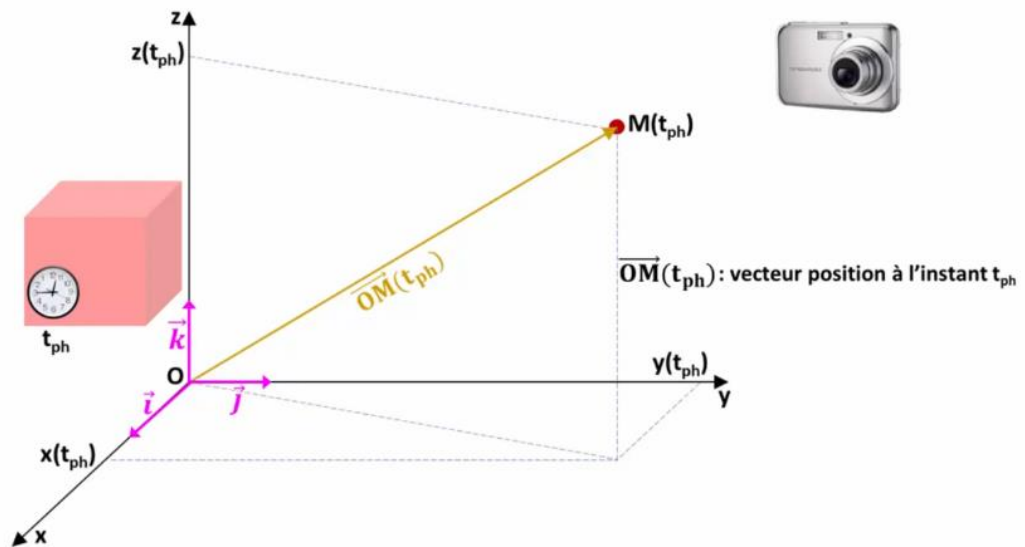
#### a. Position d'un point mobile $M$

La **position** d'un point  $M$  est définie par son vecteur position.

Nous prenons une photo d'un mobile en mouvement dans l'espace à l'instant «  $t$  » et nous associons cette photo à un repère cartésien orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  de coordonnées  $(x, y, z)$



Cela nous permet de définir le vecteur position  $\overrightarrow{OM}(t_{ph})$



Le vecteur position à l'instant  $t_{ph}$  s'écrit  $\overrightarrow{OM}(t_{ph}) = x(t_{ph}) \vec{i} + y(t_{ph}) \vec{j} + z(t_{ph}) \vec{k}$   
 Cela est vrai pour l'instant précis  $t_{ph}$  et vrai aussi pour tout instant  $t$  donc on peut généraliser l'expression du vecteur position :

$$\overrightarrow{OM}(t) = x(t) \vec{i} + y(t) \vec{j} + z(t) \vec{k}$$

Le vecteur position peut s'écrire aussi

$$\overrightarrow{OM}(t) \begin{cases} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{cases}$$

$x(t)$ ,  $y(t)$  et  $z(t)$  sont les coordonnées cartésiennes du point M au cours du mouvement. Ce sont des fonctions du temps appelées **équations horaires**.

### **b. Norme du vecteur position $\overrightarrow{OM}(t)$**

La norme du vecteur position  $\overrightarrow{OM}(t)$  est  $\|\overrightarrow{OM}\| = OM(t) = \sqrt{x(t)^2 + y(t)^2 + z(t)^2}$ .

Elle s'exprime en mètres (m).

L'ensemble des positions successives occupées par M au cours du temps constitue sa **trajectoire**.

**Remarque :** Afin d'alléger les notations, les fonctions du temps  $f(t)$  seront notées par la suite  $x(t) = x$ ,  $y(t) = y$  et  $z(t) = z$

## 2. Vecteur vitesse

Vidéo d'introduction :

Lien vers « notion de vitesse et accélération » depuis le site Khanacademy en ligne.

<https://fr.khanacademy.org/science/physique-a-l-ecole/x6e8a541a302cdab5:physique-a-l-ecole-5e-annee-secondaire-1h/x6e8a541a302cdab5:physique-a-l-ecole-5e-1h-mouvement-rectiligne-uniformement-accelere-mrua/v/average-velocity-for-constant-acceleration>

Vidéo visible également sur YouTube avec le lien :

<https://youtu.be/ZUtbPXbsX34>

**Accessible depuis la version locale de khanacademy.org**

Pour faciliter la recherche, voici la séquence de la recherche :

**COURS : PHYSIQUE > CHAPITRE 6**

**Leçon 3: Mouvement Rectiligne Uniformément Accéléré (MRUA)**

### a. Définition et caractéristique

Soit  $M$  la position d'un point matériel à l'instant  $t$  et  $M'$  celle du même point matériel

à l'instant  $t + \delta t$ :

La vitesse instantanée à un instant  $t$  est  $\vec{v} = \lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{MM'}{\delta t}$

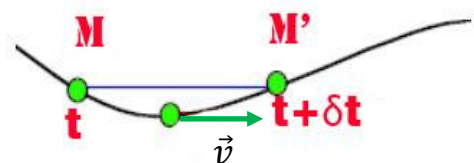
En introduisant un point fixe  $O$  par rapport au référentiel considéré, on obtient :

$$\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OM'} = \overrightarrow{OM'} - \overrightarrow{OM} = d\overrightarrow{OM}$$

Alors la définition de la dérivée d'une fonction vectorielle permet d'écrire :

$$\vec{v}(M) = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$$

Une conséquence immédiate de cette définition est que le vecteur vitesse est tangent à la trajectoire au point considéré.



Les caractéristiques du vecteur vitesse sont :

- **Point d'application** : point M ou l'on veut définir la vitesse
- **Direction** : tangente à la trajectoire en ce point
- **Sens** : celui du mouvement
- **Norme** : l'intensité du vecteur vitesse. Elle s'exprime en mètre par seconde (m.s<sup>-1</sup>)

## b. Vecteur vitesse et coordonnées cartésiennes

$$\vec{v}(M) = \frac{d\vec{OM}}{dt} \text{ avec } \vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}$$

$$\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}$$

On pose  $v_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x}; v_y = \frac{dy}{dt} = \dot{y}; v_z = \frac{dz}{dt} = \dot{z}$

$$\vec{v} = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k}$$

## c. Norme du vecteur vitesse $\vec{v}$

La **norme** du vecteur vitesse est définie par  
Elle s'exprime en m.s<sup>-1</sup>.

$$v = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}.$$

## 3. Vecteur accélération

### a. Définition et caractéristiques

On appelle vecteur accélération d'un point mobile à la date t, le vecteur dérivé par rapport au temps du vecteur vitesse. Elle s'exprime en m.s<sup>-2</sup>.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{d\vec{OM}}{dt} \right) = \frac{d^2\vec{OM}}{dt^2}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{OM}}{dt^2}$$

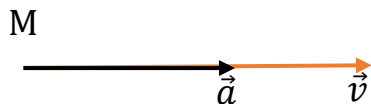
Le vecteur accélération qui décrit la variation du vecteur vitesse possède les caractéristiques suivantes :

**Origine :** point occupé par le mobile à la date t.

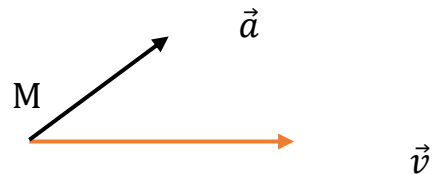
**Direction :** celle de la trajectoire rectiligne ou toujours placé du côté concave de la trajectoire non rectiligne (parabolique ou circulaire).

**Sens:**

❖  $\vec{a}$  et  $\vec{v}$  de même sens si le mouvement est accéléré



Cas de la trajectoire rectiligne curviligne

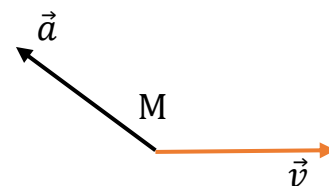


Cas de la trajectoire parabolique ou curviligne

❖  $\vec{a}$  et  $\vec{v}$  de sens contraire si le mouvement est décéléré



Cas de la trajectoire rectiligne curviligne



Cas de la trajectoire parabolique ou curviligne

## b. Vecteur vitesse et coordonnées cartésiennes

$$\vec{a} = \frac{d^2}{dt^2} \overrightarrow{OM} = \frac{d^2}{dt^2} x \vec{i} + \frac{d^2}{dt^2} y \vec{j} + \frac{d^2}{dt^2} z \vec{k} = \ddot{x} \vec{i} + \ddot{y} \vec{j} + \ddot{z} \vec{k}$$

$$\vec{a} = \ddot{x} \vec{i} + \ddot{y} \vec{j} + \ddot{z} \vec{k}$$

## V. Etude de quelques mouvements particuliers

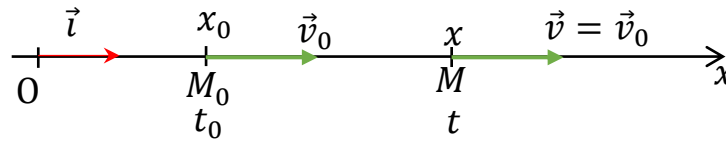
### 1. Mouvement rectiligne uniforme

C'est un mouvement pour lequel la **trajectoire** est une **droite** et la valeur de la **vitesse** est **constante**, ce qui implique que le vecteur vitesse  $\vec{v}$  soit constant.

Dans le repère  $(O, \vec{i})$ , les équations horaires du mouvement s'écrivent :

$$\begin{cases} v_x = cte \\ x = v_x t + x_0 \end{cases}$$

où  $x_0$  est l'abscisse du mobile à l'origine des temps.  
 Le vecteur vitesse  $\vec{v}$  étant constant, le vecteur accélération  $\vec{a}$  est nul.



**Remarques :**

- Si  $v_x > 0$  le mouvement a lieu dans le sens des  $x$  positifs.
- Si  $v_x < 0$  le mouvement a lieu dans le sens contraire.

**a. Comment établir l'équation horaire**

**Etape 1 :** Vérifier que le mouvement est bien rectiligne et uniforme c'est-à-dire la **trajectoire** est une **droite** et la **vitesse** est **constante**.

**Etape 2 :** La vitesse d'un mouvement rectiligne uniformément étant constante, trouver par intégration l'expression de la position en tenant compte des

conditions initiales puisque  $v_x = \frac{dx}{dt}$

Par intégration,  $x = v_x t + C$  avec C constante d'intégration

Détermination de C : à  $t=t_0=0$  ;  $x = x_0$  ;  $v_x = v_0$

On a  $x_0 = v_0 (0) + C$  donc  $C = x_0$

Alors  $x = v_x t + x_0$  et  $v_x = cte$

**b. Application**

Un point mobile est animé d'un mouvement rectiligne uniforme suivant un axe  $x'Ox$ .

- 1) Donner l'équation horaire du mouvement si à la date  $t=0$ , il se trouve au point d'abscisse 18m et se déplace dans le sens négatif avec une vitesse  $3,5 \text{ m.s}^{-1}$ .
- 2) Donner le temps de passage par l'origine du repère.

Réponse

1) Equation horaire du mouvement :

Le mouvement est MRU donc l'équation horaire est de la forme  $x = v_x t + x_0$

A  $t=0$   $x_0 = 18$  et  $v_x = 3.5 \text{ m.s}^{-1}$  et le déplacement se fait dans le sens négatif donc la vitesse algébrique est  $-v_x = -3.5 \text{ m.s}^{-1}$

L'équation horaire s'écrit alors  $x = -3.5t + 18$

2) Temps de passage à l'origine du repère :

Au passage à l'origine du repère  $x=0$

donc  $-3.5t + 18 = 0$  ;  $t=5,14s$

le point mobile passe à l'origine après 5,14s du départ

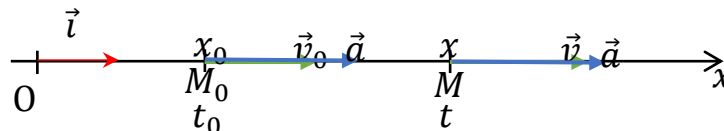
## 2. Mouvement rectiligne uniformément varié

### a. Définition

C'est un mouvement pour lequel la trajectoire est une droite et le vecteur accélération  $\vec{a}$  est constant. Dans le repère  $(O, \vec{i})$ , les équations horaires du mouvement s'écrivent :

$$\begin{cases} a = \text{cte} \\ v_x = a_x t + v_0 \\ x = \frac{1}{2} a_x t^2 + v_0 t + x_0 \end{cases}$$

$v_0$  et  $x_0$  sont respectivement la vitesse et l'abscisse du mobile à l'origine des temps.



$\vec{a}$  constant et  $\vec{v}$  ici sont de même sens

Remarque :

Le signe du produit scalaire  $\vec{a} \cdot \vec{v}$  permet de connaître si un mouvement est accéléré ou décéléré :

- si  $\vec{a} \cdot \vec{v} > 0$ , le mouvement est dit accéléré. Les vecteurs  $\rho v$  et  $a\rho$  sont dans le même sens ;
- si  $\vec{a} \cdot \vec{v} < 0$ , le mouvement est dit décéléré. Les vecteurs  $\rho v$  et  $a\rho$  sont de sens opposés.

### b. Etablissement de l'équation horaire

**Etape 1 :** Vérifier que le mouvement est bien rectiligne et uniformément varié c'est-à-dire la **trajectoire** est une **droite** et que l'**accélération** est **constante**.



**Étape 2 :** L'accélération d'un mouvement rectiligne uniformément varié étant constante, trouver par intégration l'expression de la vitesse  $v_x$  en tenant compte des conditions initiales puisque  $a_x = \frac{dv_x}{dt}$

Par intégration,  $v_x = a_x t + C_1$  avec  $C_1$  constante d'intégration

Détermination de C : à  $t=t_0=0$  ;  $v_x = v_0$  ;

On a  $v_0 = a_x (0) + C_1$  donc  $C_1 = v_0$

Alors  $v_x = a_x t + v_0$

**Étape 3 :** Déterminer également par intégration l'expression de la position  $x$  en tenant compte des conditions initiales puisque  $v_x = a_x t + v_0 = \frac{dx}{dt}$

Par intégration,  $x = \frac{1}{2} a_x t^2 + v_0 t + C_2$  avec  $C_2$  constante d'intégration

Détermination de  $C_2$  : à  $t=t_0=0$  ;  $x = x_0$  ;  $a_x = a_0$

On a  $x_0 = a_x (0) + v_0 (0) + C_2$  donc  $C_2 = x_0$

Alors

$$x = \frac{1}{2} a_x t^2 + v_0 t + x_0$$

### c. Relation indépendante du temps :

$$v_x^2 - v_0^2 = 2a_x (x - x_0)$$

Démonstration :

Par définition,

$$\begin{cases} v_x = a_x t + v_0 (1) \\ x = \frac{1}{2} a_x t^2 + v_0 t + x_0 (2) \end{cases}$$

- Trouvons l'expression de « t » par l'équation (1) :  $t = \frac{v_x - v_0}{a_x}$
- Portons (1) dans (2) :

$$x = \frac{1}{2} a_x \left( \frac{v_x - v_0}{a_x} \right)^2 + v_0 \left( \frac{v_x - v_0}{a_x} \right) + x_0$$

$$(x - x_0) = \frac{1}{2} a_x \left( \frac{v_x - v_0}{a_x} \right)^2 + v_0 \left( \frac{v_x - v_0}{a_x} \right)$$

$$(x - x_0) = \frac{(v_x - v_0)^2}{2a_x} + \frac{2v_0(v_x - v_0)}{2a_x}$$

$$(x - x_0) = \frac{v_x^2 - v_0^2}{2a_x}$$

$$2a_x(x - x_0) = v_x^2 - v_0^2$$

$$v_x^2 - v_0^2 = 2a_x(x - x_0)$$

**D'où la relation qui ne dépend pas du temps t,**

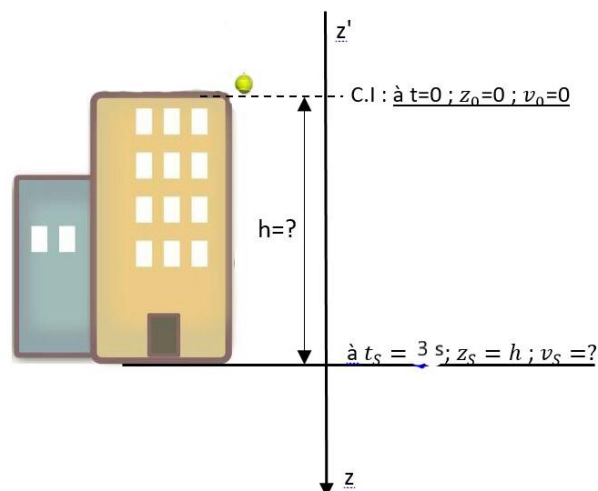
$$v_x^2 - v_0^2 = 2a_x(x - x_0)$$

### Application :

Du toit d'un édifice, on lâche sans vitesse une balle assimilée à un point matériel. La balle tombe en chute libre et il arrive au sol après 3s.

1. Calculer la hauteur h de la chute.
2. Calculer sa vitesse d'arrivée au sol

On prendra :  $g = 10m \cdot s^{-2}$



Réponse :

$$\text{Equation du mouvement} \begin{cases} a = g = \text{cte} \\ v_z = gt \\ z = \frac{1}{2}gt^2 \\ v^2 = 2gz \end{cases}$$

1. La hauteur  $h$  de la chute :

Au sol, (1) :  $z = h = \frac{1}{2}gt_S^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times (3)^2 = 45$  d'où :  $h = 45\text{m}$

2. %K vitesse  $v_S$  au sol :

Au sol : (2) :  $v_S = gt_S = 10 \times 3$  ;  $v_S = 30\text{m.s}^{-1}$

ou : (3)  $v_S^2 = 2gz_S$ ;  $v_S = \sqrt{2gz_S} = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 10 \times 45}$   
 $v_S = \sqrt{900} = 30\text{m.s}^{-1}$

### 3. Mouvement circulaire uniforme

#### a. Définition :

La trajectoire d'un mouvement circulaire est un cercle de centre  $O$ , de rayon  $R$  et la valeur de la vitesse  $v$  ainsi que de l'accélération  $a$  sont constantes au cours du mouvement.

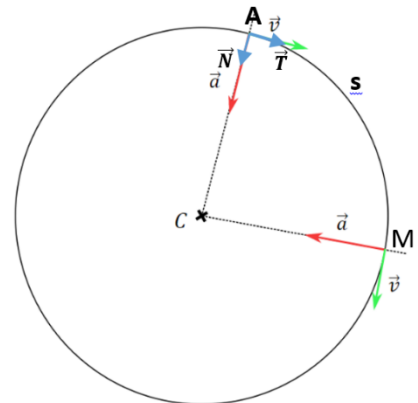
#### b. Accélération :

$$s = \widehat{AM} \text{ et } \vec{v} = \frac{ds}{dt} \vec{T} = v\vec{T}$$

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$$

- $\vec{a}_t = \frac{dv}{dt} \vec{T} = \vec{0}$  car  $v$  est constante
- $\vec{a}_n = \frac{v^2}{R} \vec{N}$

$$\vec{a} = \vec{a}_n = \frac{v^2}{R} \vec{N}$$



Le vecteur accélération d'un mouvement circulaire uniforme est dirigé vers le centre de la trajectoire : on dit que l'accélération est **centripète**.

### c. Etablissement de l'équation horaire :

La position du mobile peut être repérée par l'abscisse angulaire  $\theta$ . Par définition la vitesse angulaire  $\omega$  est l'angle balayé pendant l'unité de temps.

$$\boxed{\omega = \frac{d\theta}{dt}} \quad (\text{ en rad/s})$$

Pour le mouvement circulaire uniforme

$$\omega = \frac{d\alpha}{dt} = \text{cte}; v = \frac{ds}{dt} = \frac{d}{dt}(r\theta) = r\dot{\theta} = r\omega$$

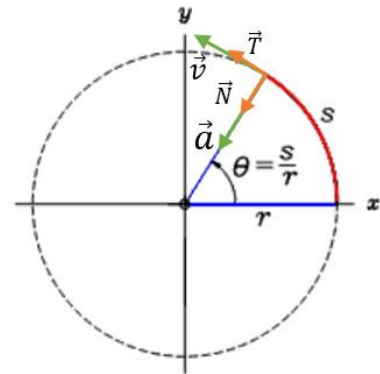
$$\boxed{v = r\omega}$$

Le vecteur accélération  $\vec{a} = \vec{a}_n = \frac{v^2}{r} \vec{N} = r\omega^2 \vec{N}$

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = \text{cte} \quad \text{par intégration on a } \theta = \omega t + \theta_0$$

Donc l'équation horaire d'un mouvement circulaire uniforme est

$$\boxed{\begin{cases} \vec{a} = r\omega^2 \vec{N} \\ v = r\omega \\ \theta = \omega t + \theta_0 \end{cases}}$$



## 4. Mouvement sinusoïdal :

### a. Mouvement rectiligne sinusoïdal :

#### ❖ Définition :

Un mobile M est animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdal si son équation horaire peut s'écrire sous la forme  $x = x_m \sin(\omega t + \varphi)$

$x$ : Élongation ou abscisse

$x_m$ : amplitude maximale (toujours positif)

$\omega$ : pulsation (rad/s)

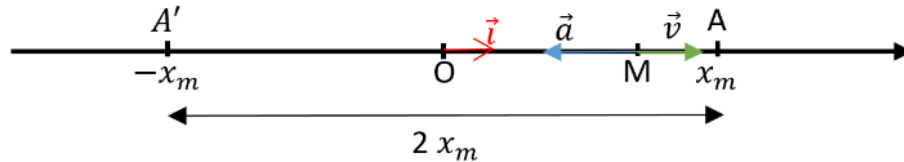
$(\omega t + \varphi)$ : phase à l'instant t

$\varphi$ : phase à l'origine

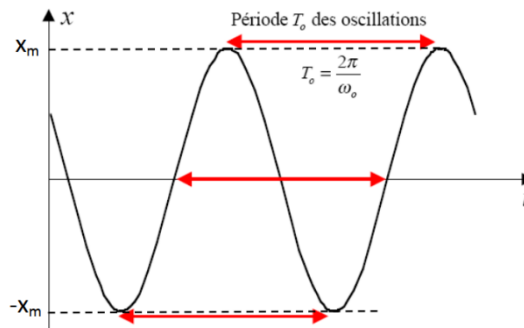
❖ **Position du mobile :**

$\sin(\omega t + \varphi) \in [-1, 1]$  donc  $x \in [-x_m; x_m]$  : le mobile se déplace sur un segment de droite  $[AA']$ .

M est animé de mouvement de va et vient de part et d'autre de centre O du mouvement.



$\vec{a}$  non constant et  $\vec{v}$  de sens contraires : le mouvement est retardé



Trajectoire du point M en fonction du temps

L'expression de la période et de la fréquence (T et f) sont :

Période  $T = \frac{2\pi}{\omega}$

Fréquence  $f = \frac{1}{T}$

❖ **Vitesse et accélération :**

La position de M au cours du temps peut être repérée par son équation horaire

$$x = x_m \sin(\omega t + \varphi)$$

On peut déduire l'expression de la vitesse  $v$  en dérivant la position  $x$

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt} [x_m \sin(\omega t + \varphi)] = x_m \omega \cos(\omega t + \varphi)$$

$$v = x_m \omega \cos(\omega t + \varphi)$$

En dérivant la vitesse, on obtient l'accélération

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} (x_m \omega \cos(\omega t + \varphi)) = -x_m \omega^2 \sin(\omega t + \varphi)$$

$$a = -x_m \omega^2 \sin(\omega t + \varphi)$$

$a = -x_m \omega^2 \sin(\omega t + \varphi)$  peut s'écrire aussi  $a = -\omega^2 x$  avec  $a = \ddot{x}$   
 $\ddot{x} = -\omega^2 x \iff \ddot{x} + \omega^2 x = 0$

C'est l'équation différentielle caractéristique du mouvement rectiligne sinusoïdal

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0$$

La trajectoire du mobile est une portion de cercle et son équation horaire est une fonction sinusoïdale du temps

❖ **Abscisse angulaire :**

$$\theta = \theta_m \cos(\omega t + \varphi)$$

$\theta_m$  = amplitude du mouvement

$\omega$  = pulsation

$\omega t + \varphi$  = phase à l'instant  $t$

❖ **Vitesse angulaire :**

$$\dot{\theta} = \theta_m \omega \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\dot{\theta} = 0 \text{ pour } \theta = \pm \theta_m$$

$$\dot{\theta} = \pm \theta_m \omega \text{ pour } \theta = 0$$

❖ **Accélération angulaire :**

$$\ddot{\theta} = -\theta_m \omega^2 \cos(\omega t + \varphi) \text{ ou } \ddot{\theta} = -\omega^2 \theta$$

$\ddot{\theta} + \omega^2 \theta = 0$  C'est l'équation différentielle du MCS

❖ **Période et fréquence**

L'expression de la période et de la fréquence ( $T$  et  $f$ ) sont :

$$\text{Période } T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$\text{Fréquence } f = \frac{1}{T}$$

