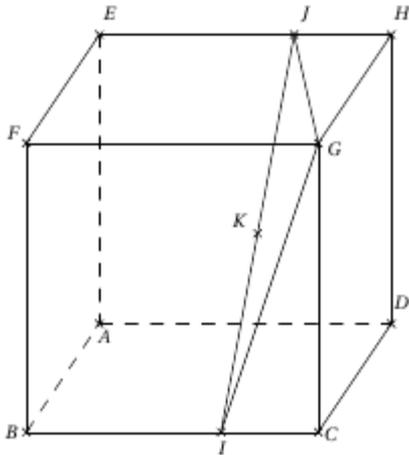


DEVOIR SUR LA GEOMETRIE DE L'ESPACE

Exercice 1 :

On donne la propriété suivante : “par un point de l'espace il passe un plan et un seul orthogonal à une droite donnée”

Sur la figure on a représenté le cube ABCDEFGH d'arête 1.



On a placé :

- les points I et J tels que $\overrightarrow{BI} = \frac{2}{3} \overrightarrow{BC}$ et $EJ = \frac{2}{3} EH$.
- le milieu K de [IJ].

On appelle P le projeté orthogonal de G sur le plan (FIJ).

Partie A

1. Démontrer que le triangle FIJ est isocèle en F.
En déduire que les droites (FK) et (IJ) sont orthogonales.
On admet que les droites (GK) et (IJ) sont orthogonales.
2. Démontrer que la droite (IJ) est orthogonale au plan (FGK).
3. Démontrer que la droite (IJ) est orthogonale au plan (FGP).
4. **a.** Montrer que les points F, G, K et P sont coplanaires.
b. En déduire que les points F, P et K sont alignés.

Partie B

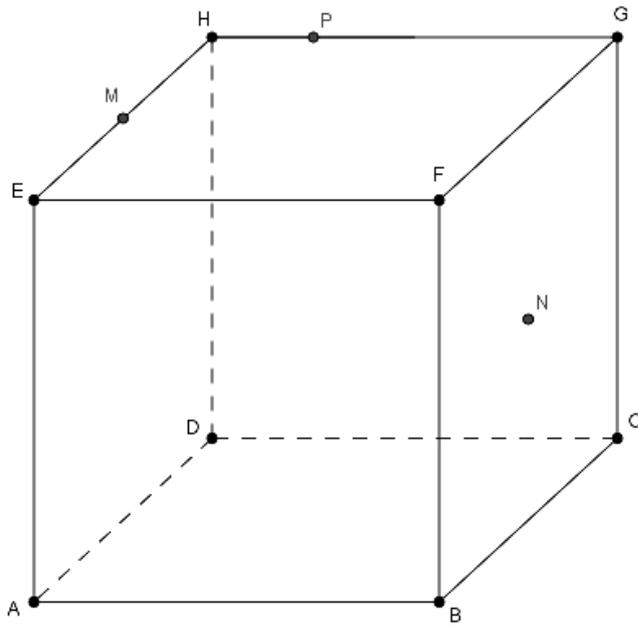
L'espace est rapporté au repère orthogonal $(A ; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.

On appelle N le point d'intersection de la droite (GP) et du plan (ADB).

1. Donner les coordonnées des points F, G, I et J.
2. Montrer que la droite (GN) est orthogonale aux droites (FI) et (FJ).

Exercice 2 :

On considère un cube ABCDEFGH. On note M le milieu du segment [EH], N celui de [FC] et P le point tel que $\overrightarrow{HP} = \frac{1}{4} \overrightarrow{HG}$.



Partie A : Section du cube par le plan (MNP)

1. Justifier que les droites (MP) et (FG) sont sécantes en un point L.
Construire le point L.
2. On admet que les droites (LN) et (CG) sont sécantes et on note T leur point d'intersection.
On admet que les droites (LN) et (BF) sont sécantes et on note Q leur point d'intersection.
 - a. Construire les points T et Q en laissant apparents les traits de construction.
 - b. Construire l'intersection des plans (MNP) et (ABF).
3. En déduire une construction de la section du cube par le plan (MNP).

Partie B

L'espace est rapporté au repère $(A ; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.

1. Donner les coordonnées des points M, N et P dans ce repère.
2. Déterminer les coordonnées du point L.
3. On admet que le point T a pour coordonnées $(1; 1; \frac{2}{3})$.
4. Le triangle TPN est-il rectangle en T ?