DEVOIR SUITE ARITHMETIQUE et GEOMETRIQUE

Exercice 1

Soit $(u_n)_{n\in\mathbf{N}}$ la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 4$ et de raison $r = 6$.

1. Calculer u_5 et u_{30}.
2. Pour quelle valeur de n a-t-on $u_n = 160$? Justifier.

Exercice 2

Soit $(u_n)_{n\in\mathbf{N}}$ la suite arithmétique telle que $u_6 = 112$ et $u_{14} = 56$.

1. Déterminer la raison r puis le terme initial u_0 de

   $(u_n)_{n\in\mathbf{N}}$.

2. La suite $(u_n)_{n\in\mathbf{N}}$ est-elle croissante ? Décroissante ? Justifier.

Exercice 3

Soit $(u_n)_{n\in\mathbf{N}}$ la suite géométrique telle que $u_2 = 686$ et $u_5 = -2$.

1. Déterminer la raison q puis le terme initial u_0 de
   $(u_n)_{n\in\mathbf{N}}$.

2. La suite $(u_n)_{n\in\mathbf{N}}$ admet-elle une limite ? (Justifier). Dans l'affirmative, déterminer cette limite.

Exercice 4 :

Soit la suite réelle (u_n) définie par $u_0 = 3 \quad \text{et} \quad u_{n+1} = \dfrac{4u_n - 2}{u_n + 1}$

Pour $x \neq -1$, on pose $f(x) = \dfrac{4x+2}{x-1}$

1. Étudier les variations de f sur $[1,+\infty[$
2. On définit une suite (v_n) à partir de (u_n) en posant , pour tout $n\in\mathbb{N}$, $v_n = \dfrac{u_n - 2}{u_n - 1}$.

   Démontrer que (v_n) est une suite géométrique, et donner l'expression de son terme général.
3. En déduire la valeur de u_n en fonction de n.
4. Justifier enfin que (u_n) converge et déterminer sa limite.