DEVOIR FONCTION LOGARITHME NEPERIENNE :

Exercice 1 :

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}^{+*}$ par $f(x) = \dfrac{\ln x}{x}$ et Cf sa courbe représentative dans un repère orthonormal.

1) Donner la dérivée de f.
2) Donner le sens de variation de f.
3) Donner une équation de la tangente à Cf au point d'abscisse 1.
4) Donner une primitive de f sur $\mathbb{R}^{+*}$.

5) Quel est le sens de variation de la fonction G définie sur $\mathbb{R}^{+*}$ par $G(x) = \int_1^x f(t)dt$

Exercice 2 :

Partie I

La fonction f est définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = x - 2 + \dfrac{1}{2}\ln x$

1) Etudier le sens de variations de f. Calculer le slimites de f aux bords de l'ensemble de définition et dresser le tableau de variations de f.

2) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution l dans l'intervalle $]0;+\infty[$. Déterminer l'entier n tel que $l \in]n;n+1[$

3) Déterminer le signe de $f(x)$

Partie II

La fonction g est définie sur $[0;+\infty[$ par : $g(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x = 0 \\ -\dfrac{7}{8}x^2 + x - \dfrac{1}{4}x^2 \ln x & \text{si } x > 0 \end{cases}$

1) Montrer que la fonction g est continue en 0. Déterminer la limite de g en $+\infty$

2) Montrer que pour tout $x > 0$, $g'(x) = xf\left(\dfrac{1}{x}\right)$

3) Montrer que On calcule $g\left(\dfrac{1}{l}\right) = \dfrac{1+4l}{8l^2}$. Dresser le tableau de variation de g.

4) Donner les équations des tangentes à la courbe Γ représentative de g aux points d'abscisses 1 et $\dfrac{1}{l}$. Calculer $\lim\limits_{x \to 0} g'(x)$ et interpréter graphiquement cette limite.

5) Représenter succinctement Γ et ses tangentes dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$