

DEVOIR SUR LES PPCM et PGCD

Exercice 1 :

A. Soit n un entier naturel non nul. Déterminer le reste de la division euclidienne de :

- 1) $n^2 + 2n$ par $n + 1$.
- 2) $7n + 15$ par $3n + 2$.

B. Déterminer le plus petit entier naturel dont les restes sont 5 ; 13 ; 17 lorsqu'on le divise respectivement par 15 ; 23 ; 27.

Exercice 2 :

Un astronome a observé, au jour J_0 , le corps céleste A, qui apparaît périodiquement tous les 105 jours.

6 jours plus tard ($J_0 + 6$), il observe le corps B, dont la période d'apparition est de 81 jours.

On appelle J_1 le jour de la prochaine apparition simultanée des deux objets aux yeux de l'astronomie. Le but de l'exercice est de déterminer la date de ce jour J_1 .

1) Soit u et v le nombre de périodes effectuées respectivement par A et B entre J_0 et J_1 .

Montrer que le couple $(u ; v)$ est solution de l'équation $(E_1) : 35x - 27y = 2$.

2) a) Donner un couple d'entiers relatifs $(x_0 ; y_0)$ solution particulière de $(E_2) : 35x - 27y = 1$.

b) En déduire une solution particulière $(u_0 ; v_0)$ de (E_1)

c) Déterminer toutes les solutions de (E_1) .

d) Déterminer la solution $(u ; v)$ permettant de donner J_1 .

3) a) Combien de jours s'écouleront entre J_0 et J_1 ?

b) Le jour J_0 était le mardi 7 décembre 1999, quelle est la date exacte du jour J_1 ? (L'année 2000 était bissextile.)

c) Si l'astronome a manqué ce rendez-vous, combien de jours devra-t-il attendre jusqu'à la prochaine conjonction des deux astres ?