

## EVALUATION GEOMETRIE

### Exercice 1:

A. Soit ABC un triangle isocèle du plan tel que  $AB = AC$ . On note I le milieu de [BC] et on donne  $AI = 4a$ ,  $BC = 2a$ ,  $a$  réel strictement positif. Pour la figure on prendra  $a = 2$  cm.

1. On note G le barycentre du système  $\{( , 2); ( , 1); ( , 1) A B C \}$ . Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tels que:

$$\|2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = \|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\|$$

2.  $k$  étant un nombre réel, déterminer l'ensemble des points M du plan tels que  $2MA^2 + MB^2 + MC^2 = ka^2$  (on discutera suivant les valeurs de  $k$ ).

3. On prend  $a = 1$  et on construit un repère du plan de centre I, de sorte que les vecteurs de base soient  $\vec{i} = \overrightarrow{IC}$  et  $\vec{j} = \frac{1}{4}\overrightarrow{IA}$ .

Déterminer les coordonnées de A, B, C et G. Retrouver alors les réponses du 1. et du 2.

B. On considère un rectangle ABCD tel que  $AB=4$  et  $AD=3$  et le point E tel que  $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ . Calculer  $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AC}$ . En déduire  $\|\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}\|$

### Exercice 2:

ABC est un triangle. On construit à l'extérieur deux triangles ABD et ACE isocèles et rectangles en A

1) Montrer que :  $BE = CD$

2) Montrer que :  $(BE) \perp (CD)$

### Exercice 3:

On se place dans l'espace muni d'un repère orthonormé.

On considère les points  $A(0;4;1)$ ,  $B(1;3;0)$ ,  $C(2;-1;-2)$  et  $D(7;-1;4)$ .

1. Démontrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.
2. Soit  $\Delta$  la droite passant par le point D et de vecteur directeur  $\vec{u} \rightarrow (2; -1; 3)$ .
  - a. Démontrer que la droite  $\Delta$  est orthogonale au plan (ABC).
  - b. En déduire une équation cartésienne du plan (ABC).
  - c. Déterminer une représentation paramétrique de la droite  $\Delta$ .
  - d. Déterminer les coordonnées du point H, intersection de la droite  $\Delta$  et du plan (ABC).

### Exercice 4:

ABCDEFGH est un cube d'arête 1.

Calculer le produit scalaire  $\overrightarrow{DF} \cdot \overrightarrow{BG}$ :

1) sans utiliser de repère.

2) à l'aide d'un repère.

