

EVALUATION GEOMETRIE

Exercice 1:

A. Soit ABC un triangle isocèle du plan tel que $AB = AC$. On note I le milieu de [BC] et on donne $AI = 4a$, $BC = 2a$, a réel strictement positif. Pour la figure on prendra $a = 2$ cm.

1. On note G le barycentre du système $\{(, 2); (, 1); (, 1) A B C \}$. Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tels que:

$$\|2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = \|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\|$$

2. k étant un nombre réel, déterminer l'ensemble des points M du plan tels que $2MA^2 + MB^2 + MC^2 = ka^2$ (on discutera suivant les valeurs de k).

3. On prend $a = 1$ et on construit un repère du plan de centre I, de sorte que les vecteurs de base soient $\vec{i} = \overrightarrow{IC}$ et $\vec{j} = \frac{1}{4}\overrightarrow{IA}$.

Déterminer les coordonnées de A, B, C et G. Retrouver alors les réponses du 1. et du 2.

B. On considère un rectangle ABCD tel que $AB=4$ et $AD=3$ et le point E tel que $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$. Calculer $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AC}$. En déduire $\|\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}\|$

Exercice 2:

ABC est un triangle. On construit à l'extérieur deux triangles ABD et ACE isocèles et rectangles en A

1) Montrer que : $BE = CD$

2) Montrer que : $(BE) \perp (CD)$

Exercice 3:

On se place dans l'espace muni d'un repère orthonormé.

On considère les points $A(0;4;1)$, $B(1;3;0)$, $C(2;-1;-2)$ et $D(7;-1;4)$.

1. Démontrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.
2. Soit Δ la droite passant par le point D et de vecteur directeur $u \rightarrow (2; -1; 3)$.
 - a. Démontrer que la droite Δ est orthogonale au plan (ABC).
 - b. En déduire une équation cartésienne du plan (ABC).
 - c. Déterminer une représentation paramétrique de la droite Δ .
 - d. Déterminer les coordonnées du point H, intersection de la droite Δ et du plan (ABC).

Exercice 4:

ABCDEFGH est un cube d'arête 1.

Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{DF} \cdot \overrightarrow{BG}$:

1) sans utiliser de repère.

2) à l'aide d'un repère.

