LYCEE PHILIBERT TSIRANANA
Cde : 401 010 020

Année Scolaire 2022-2023
BAC BLANC

Epreuve de : MATHEMATIQUES
Classe : **TA**
Durée : 2h 15
Coeff : **A1 : 1 & A2 : 3**

::

<u>Exercice 1 :</u> (5 points)

On considère deux suites numériques (u_n) et (v_n) telles que $u_0 = 2$; $v_0 = 3$ et $\begin{cases} u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n \\ v_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + v_n + 2 \end{cases}$, $n \in \mathbb{N}$

1° a. Quelle est la nature de la suite (u_n) ?

b. Exprimer u_n à l'aide de *n*.

2° Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on pose $w_n = u_n + v_n$

a. Calculer w_0 .

b. Montrer que (w_n) est une suite arithmétique de raison 2.

c. Exprimer w_n à l'aide de n.

d. Exprimer $S_n = w_0 + w_1 + ... + w_n$ à l'aide de n.

e. Trouver la valeur de n si $S_n = 360$.

3° a. Exprimer v_n à l'aide de n.

b. Calculer $\lim\limits_{n \to +\infty} v_n$.

<u>Exercice 2 :</u> (5 points)

Un sac contient 1 jeton numéroté "0", 2 jetons numérotés "1", 1 jeton numéroté "2" et 1 jeton numéroté "3" de forme identique.

1° On tire 3 jetons à la fois du sac. Calculer la probabilité des événements suivants :

A : « La somme des 3 numéros des 3 jetons tirés est 6 »

B : « Le produit des 3 numéros des 3 jetons tirés est nul »

C : « L'un au moins des numéros des 3 jetons tirés est pair »

2° On effectue un tirage successif avec remise de 3 jetons du sac.

a. Déterminer le nombre de tirages possibles

b. Calculer la probabilité de l'événement

D : « La somme des 3 numéros des 3 jetons tirés est 3 »

<u>Problème :</u> (10 points)

On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = e^{2x} - 4e^{x} + 3$. On note $(\mathcal{C})$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

1° Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$. Interpréter le résultat.

2° En écrivant $f(x) = e^{x}(e^{x} - 4) + 3$, calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ puis $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$. En déduire la direction de la branche infinie parabolique de la courbe $(\mathcal{C})$ de f en $+\infty$.

3° a. Calculer $f'(x)$.

b. Montrer que $f'(x) = 2e^{x}(e^{x} - 2)$ puis étudier le signe de $f'(x)$.

c. Dresser le tableau de variation de f.

4° a. Vérifier que $f(x)=(e^x-1)(e^x-3)$.

b. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x)=0$.

c. En déduire que la courbe $(\mathcal{C})$ de f coupe l'axe $(x'Ox)$ en deux points dont-on précisera les coordonnées.

5° a. Montrer que $f''(x)=4e^x(e^x-1)$.

b. Montrer que l'origine O est un point d'inflexion pour la courbe $(\mathcal{C})$ de f.

c. Donner une équation de la tangente (T) à la courbe $(\mathcal{C})$ à l'origine O.

6° Construire la courbe $(\mathcal{C})$ de f et la tangente (T) dans le plan rapporté au repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$ avec $\|i\|=\|j\|=1\,\text{cm}$.

7° a. Donner la primitive $F(x)$ de $f(x)$.

b. Calculer à 10^{-1} près l'aire du domaine compris entre les 2 axes $(x'Ox)$ et $(y'Oy)$ et la droite d'équation $x=\ln 3$.