

Exercices sur la diffraction

Exercice 1

Un faisceau de lumière parallèle monochromatique, de longueur d'onde λ , produit par une source laser arrive sur un fil vertical, de diamètre a (a est de l'ordre du dixième de millimètre). On place un écran à une distance D de ce fil ; la distance D est grande devant a . (voir fig1)

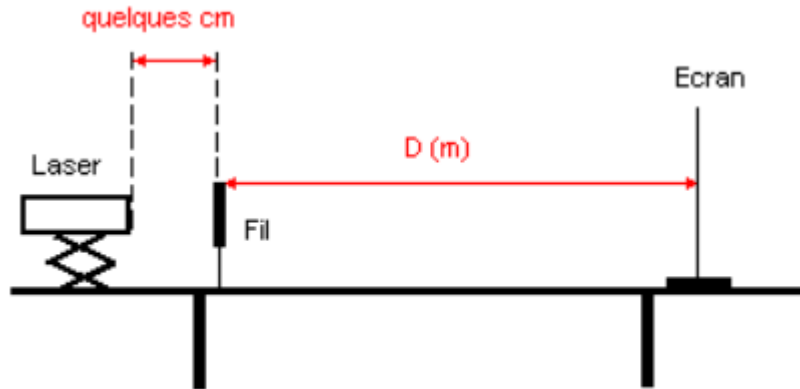


Figure 1

1- La figure 2 présente l'expérience vue de dessus et la figure observée sur l'écran.

Quel enseignement sur la nature de la lumière ce phénomène apporte-t-il ?

Nommer ce phénomène.

2- Faire apparaître sur la figure 2 l'écart angulaire ou demi-angle de diffraction θ et la distance D entre l'objet diffractant (en l'occurrence le fil) et l'écran.

3- En utilisant la figure 2 de l'annexe exprimer l'écart angulaire θ en fonction des grandeurs L et D sachant que pour de petits angles exprimés en radian : $\tan \theta \approx \theta$.

4- Quelle expression mathématique lie les grandeurs θ , λ et a ? (On supposera que la loi est la même que pour une fente de largeur a). Préciser les unités respectives de ces grandeurs physiques.

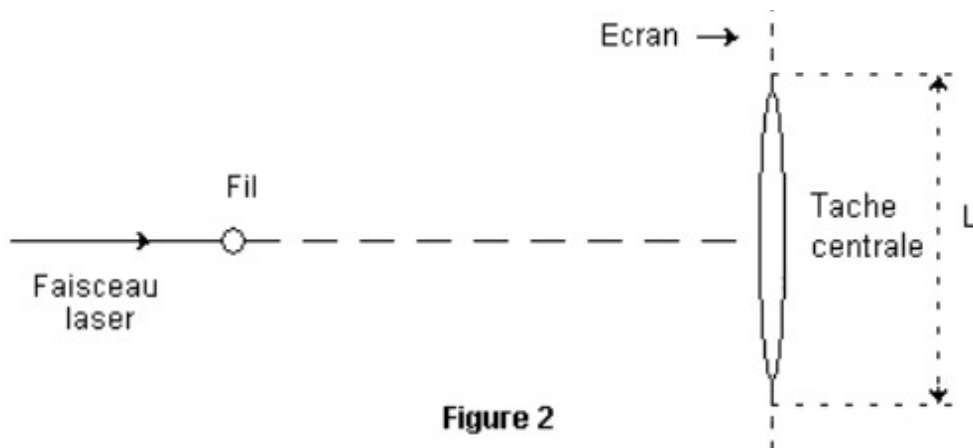


Figure 2

5- En utilisant les résultats précédents, montrer que la largeur L de la tâche centrale de diffraction

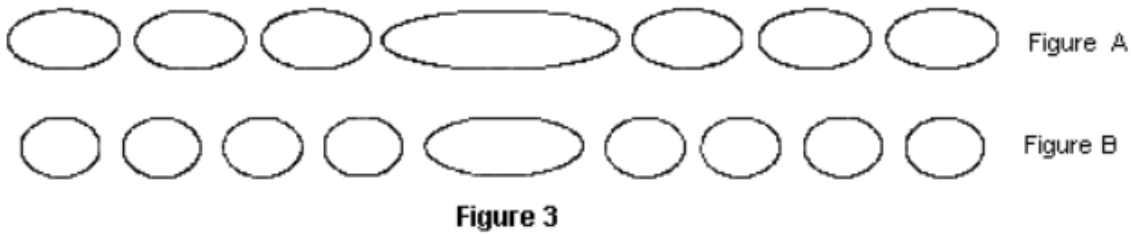
s'exprime par :
$$L = \frac{2\lambda D}{a}$$

6- On dispose de deux fils calibrés de diamètres respectifs $a_1 = 60 \text{ mm}$ et $a_2 = 80 \text{ mm}$.

On place successivement ces deux fils verticaux dans le dispositif présenté par la figure 1.

On obtient sur l'écran deux figures de diffraction distinctes notées A et B (voir la figure 3)

Associer, en le justifiant, à chacun des deux fils la figure de diffraction qui lui correspond .



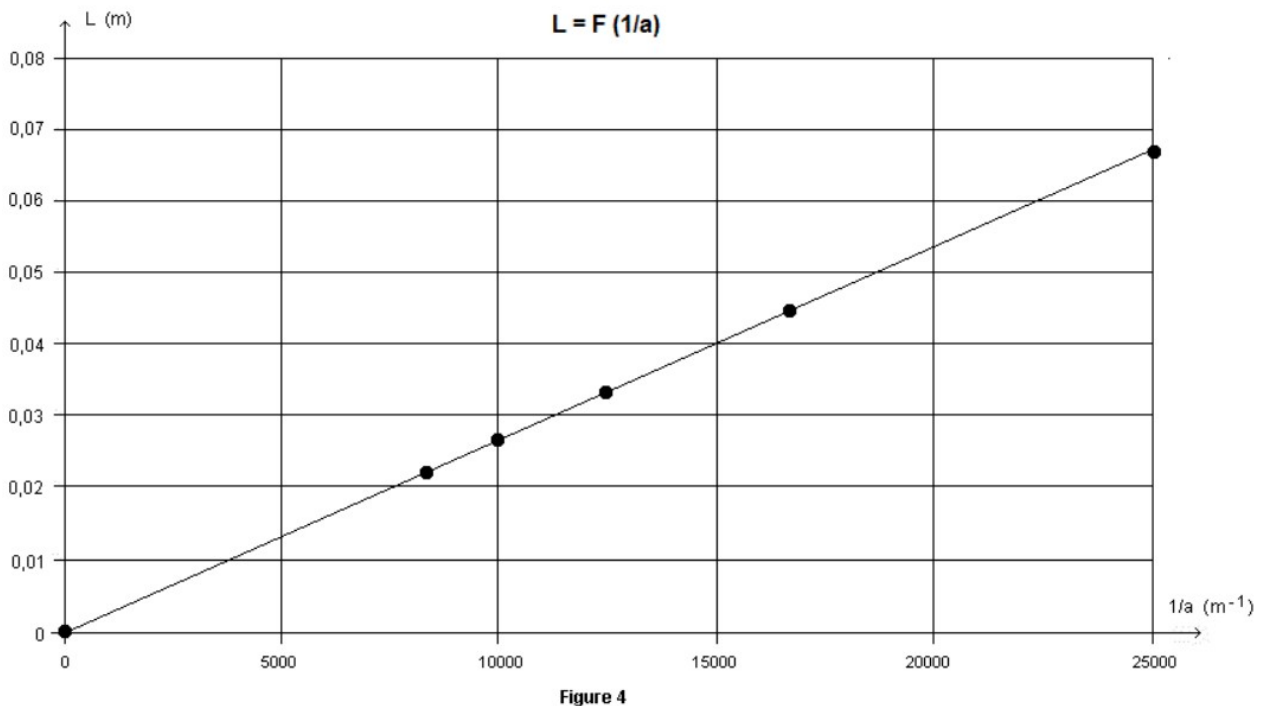
7- On cherche maintenant à déterminer expérimentalement la longueur d'onde dans le vide λ de la lumière monochromatique émise par la source laser utilisée.

Pour cela, on place devant le faisceau laser des fils calibrés verticaux.

On désigne par « a » le diamètre d'un fil. La figure de diffraction obtenue est observée sur un écran blanc situé à une distance $D = 2,50 \text{ m}$ des fils. Pour chacun des fils, on mesure la largeur L de la tâche centrale de diffraction.

- On trace la courbe $L = \text{fonction}(1/a) = F(1/a)$ (voir la figure 4)

La lumière émise par la source laser est dite monochromatique. Quelle est la signification de ce terme ?



- 8- Montrer que l'allure de la courbe $L = F(1/a)$ obtenue est en accord avec l'expression de L donnée en 5.
- 9- Donner l'équation de la courbe $L = F(1/a)$ et en déduire la longueur d'onde λ dans le vide de la lumière monochromatique constitutive du faisceau laser utilisé.
- 10- Calculer la fréquence de la lumière monochromatique émise par la source laser.
- 11- On éclaire avec cette source laser un verre flint d'indice $n(\lambda) = 1,64$.

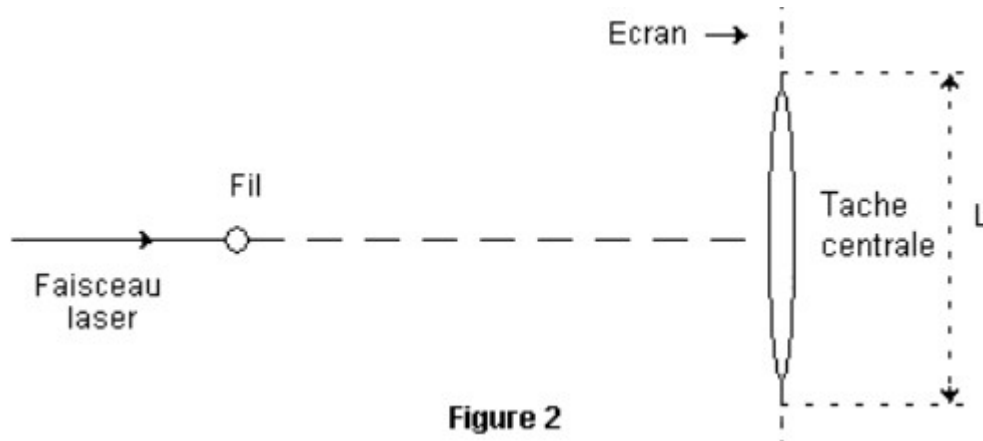
A la traversée de ce milieu transparent dispersif, les valeurs de la fréquence f , de la longueur d'onde λ et la couleur associées à cette radiation varient-elles ?

Donnée : célérité de la lumière dans le vide ou dans l'air $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$.

Correction page 4

Corrigé

1-La figure 2 , reproduite ci-dessous, présente l'expérience vue de dessus et la figure observée sur l'écran. Ce phénomène permet de préciser la nature de la lumière.



- Sur le trajet du faisceau de lumière monochromatique émise par le laser on a interposé un fil mince. La lumière est ensuite reçue sur un écran. Sur cet écran, on observe, au lieu de l'ombre du fil une tache lumineuse monochromatique. Cette tache est, en fait, constituée de plusieurs traces de même couleur séparées par des zones d'extinction. La trace centrale est nettement plus large et plus lumineuse que les traces latérales.

Cette observation implique donc que, lorsque la lumière rencontre un obstacle (ou une ouverture) de faible dimension, le principe de propagation rectiligne de la lumière ne s'applique plus.

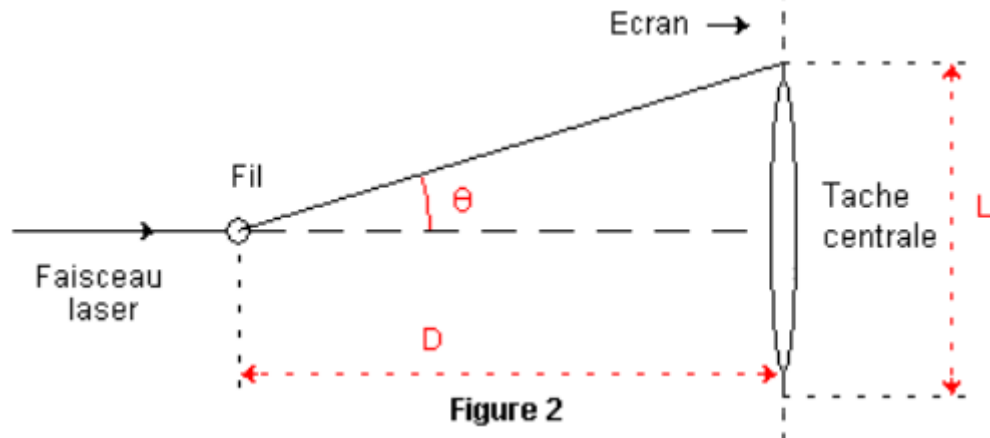
- Ce phénomène, appelé diffraction de la lumière, ressemble à ce qui peut être observé avec des vagues d'eau se propageant sur la cuve à ondes et rencontrant un obstacle ou une ouverture.

L'observation de ce phénomène de diffraction implique que la lumière soit de nature ondulatoire. Chaque onde lumineuse monochromatique est caractérisée par sa fréquence. La couleur et la fréquence resteront les mêmes dans tous les milieux transparents.

L'œil humain est sensible aux ondes lumineuses de fréquences comprises entre $f_r = 3,75 \cdot 10^{14}$ Hz (rouge) et $f_v = 7,50 \cdot 10^{14}$ Hz (violet)

- Des différences existent entre les ondes lumineuses et les ondes mécaniques. Par exemple, les ondes lumineuses peuvent se propager dans le vide ce qui n'est pas le cas des ondes mécaniques. De plus la lumière peut parfois se comporter comme des particules de masse nulle : les photons. Ces deux aspects de la lumière sont réconciliés dans une mécanique relativement récente : la Mécanique quantique.

2-Faisons apparaître sur la figure 2 ci-dessous l'écart angulaire ou demi-angle de diffraction θ et la distance D entre l'objet diffractant (en l'occurrence le fil) et l'écran.



Le demi-angle de diffraction θ est l'angle sous lequel on voit, depuis le fil, le centre de la tache centrale et le centre de la première zone d'extinction.

3- En utilisant la figure 2 ci-dessus exprimons l'écart angulaire θ en fonction des grandeurs L et D sachant que pour de petits angles exprimés en radian : $\tan \theta = \theta$.

On sait que, dans un triangle rectangle :

$$\tan \theta = \text{coté opposé} / \text{coté adjacent} = (L/2) / D = L / 2.D \quad (1)$$

L'énoncé rappelle que pour de petits angles exprimés en radian : $\tan \theta = \theta$

Par suite :
$$\theta = \frac{L}{2D}$$

4- Rappelons l'expression mathématique qui lie les grandeurs θ , λ et a ? (On supposera que la loi est la même que pour une fente de largeur a).

La théorie et l'expérience montrent que le faisceau diffracté par une fente étroite ou un fil rectiligne de largeur a diverge en formant, pour la tache centrale, un cône de demi-angle au sommet θ tel que :

$$\theta = \frac{\lambda}{a}$$

Unités : λ et a s'expriment en mètre, θ est en radian. La relation $\theta = \frac{\lambda}{a}$ montre que le radian n'est pas une unité au sens physique du terme. Il ne faut pas tenir compte des angles et des lignes trigonométriques ($\cos \theta$, $\sin \theta$, $\tan \theta$) lorsqu'on établit l'équation aux dimensions d'une grandeur.

5- En utilisant les résultats précédents, montrons que la largeur L de la tache centrale de diffraction

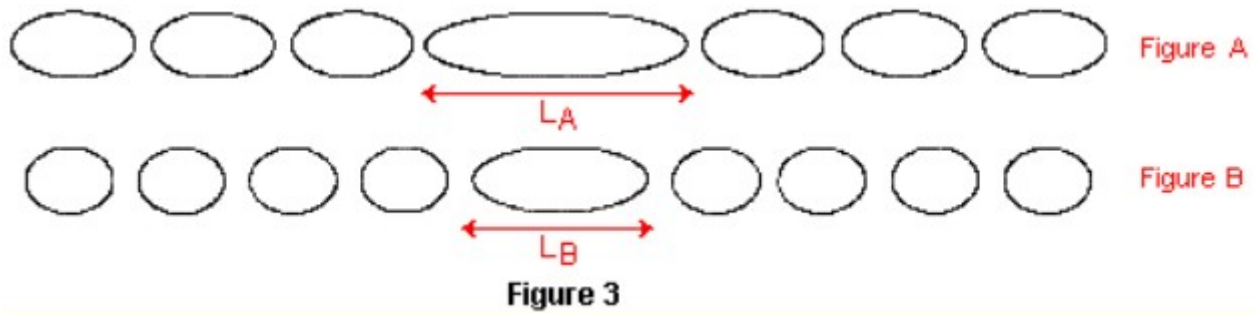
s'exprime par
$$L = \frac{2\lambda D}{a}$$
.

Les relations $\theta \approx L / 2.D$ (3) et (tache centrale) $\theta = \frac{\lambda}{a}$ (4) donnent immédiatement $\frac{L}{2D} = \frac{\lambda}{a}$. On

en déduit :
$$L = \frac{2\lambda D}{a}$$

6- On dispose de deux fils calibrés de diamètres respectifs $a_1 = 60$ mm et $a_2 = 80$ mm. On place successivement ces deux fils verticaux dans le dispositif présenté par la figure 1. On obtient sur l'écran

deux figures de diffraction distinctes notées A et B (voir la figure 3 reproduite ci-dessous). Associons, en le justifiant, à chacun des deux fils la figure de diffraction qui lui correspond.



La longueur d'onde λ et la distance D restent constantes. On ne change que le diamètre "a" des fils. Dans ces conditions, la relation $L = \frac{2\lambda D}{a}$ peut s'écrire : $L = \frac{cte}{a}$

La largeur L de la tache centrale de diffraction est inversement proportionnelle au diamètre a du fil diffractant. Le premier fil, de diamètre $a_1 = 60 \text{ mm} < a_2 = 80 \text{ mm}$ correspond donc à la figure dont la largeur L de la tache centrale de diffraction est la plus large, soit à la figure A ($L_A > L_B$).

Au fil de diamètre $a_1 = 60 \text{ mm}$ est associé la figure A.

Au fil de diamètre $a_2 = 80 \text{ mm}$ est associé la figure B

7-La lumière émise par la source laser est dite monochromatique. Précisons la signification de ce terme.

Une lumière monochromatique est une lumière d'une seule couleur. L'onde associée possède une fréquence bien définie, indépendante du milieu dans lequel elle se propage. Le spectre n'est formé que d'une seule raie.

Ajoutons que l'œil humain est sensible aux ondes lumineuses de fréquences comprises entre $f_r = 3,75 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ (rouge) et $f_v = 7,50 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ (violet).

8-Montrons que l'allure de la courbe $L = F(1/a)$ obtenue est en accord avec l'expression de L donnée en 5.

Ci-dessus, nous avons montré que $L = \frac{2\lambda D}{a}$

En laissant λ et D constants, on mesure L pour plusieurs diamètres de fils a . La relation $L = \frac{2\lambda D}{a}$ peut

s'écrire : $L = K \cdot \frac{1}{a}$ avec $K = 2\lambda D = cte$ en posant $X = \frac{1}{a}$

Le graphe associé à la fonction linéaire $L = K \cdot X$ doit être une droite. C'est bien ce que confirme la figure 4

9-Déterminons la longueur d'onde λ dans le vide de la lumière monochromatique constitutive du faisceau laser utilisé.

La droite associée à $L = F(1/a)$ soit $L = K \cdot 1/a$ permet de calculer le coefficient directeur K :

$$K = AB / OA = 0,068 / 25000 = 2,72 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

La relation $K = 2 \cdot \lambda D$ donne ensuite, avec $D = 2,50 \text{ m}$:

$$\lambda = K / 2.D = 2,72 \times 10^{-6} / 5 = 5,44 \times 10^{-7} \text{ m}$$

$$\lambda = 5,4 \times 10^{-7} \text{ m}$$

10-Calculons la fréquence de la lumière monochromatique émise par la source laser.

La fréquence f de la lumière monochromatique émise par la source laser est, d'après la relation:

$$\lambda = c \cdot T = \frac{c}{f}$$

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{5,44 \cdot 10^{-7}} = 0,551 \cdot 10^{15} \text{ Hz} \quad \mathbf{f = 5,51 \cdot 10^{14} \text{ Hz}}$$

11-On éclaire avec cette source laser un verre flint d'indice $n(\lambda) = 1,64$.

Dans ce verre la vitesse de la lumière diminue. Elle devient V :

$$v = \frac{c}{n} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,64} = 1,83 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

A la traversée de ce milieu transparent dispersif :

- la fréquence reste la même : $f = 5,5 \times 10^{14} \text{ Hz}$

- la longueur d'onde change : $\lambda' = \frac{v}{f} = \frac{c}{nf} = \frac{\lambda}{n} = \frac{5,44 \cdot 10^{-7}}{1,64} = 3,32 \cdot 10^{-7} \text{ m}$

- la couleur associée à cette radiation reste la même (une couleur est caractérisée par la fréquence qui lui est associée).