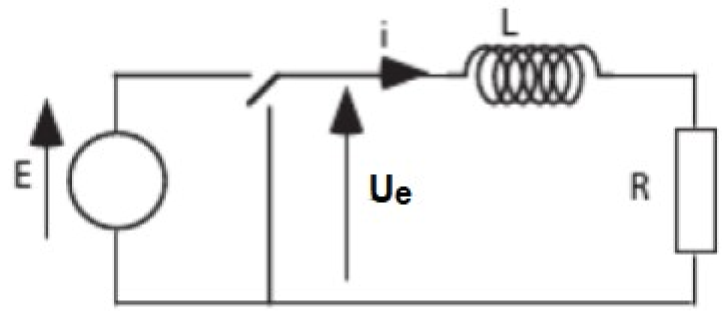
Réponse d'un circuit série (R,L)

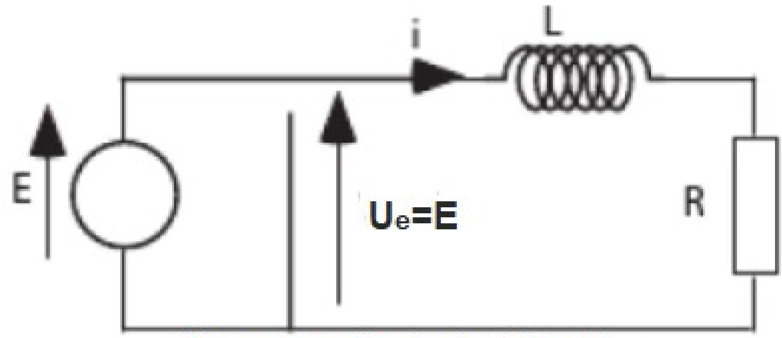
1. Mise sous tension

Nous allons étudier un circuit constitué d'une inductance L en série avec une résistance R , le tout étant alimenté par un échelon de tension E appliqué à t = 0..



Loi des mailles, l'équation s'écrit : $U_e(t)=Ri+L\frac{di}{dt}$; avec $U_R = Ri$; $U_L=L\frac{di}{dt}$

Jusqu'à t = 0. $U_e(t) = 0$, et à partir de t=0 , $U_e(t) = E$



Mise sous tension du circuit RL série

On remplace $U_e(t)$: $Ri+L\frac{di}{dt}=E$ et en divisant par R : $i+\frac{L}{R}\frac{di}{dt}=\frac{E}{R}$ c'est une équation différentielle linéaire du 1[er] ordre avec second membre.

La solution sans second membre est sous la forme : $i+\frac{L}{R}\frac{di}{dt}=0 \rightarrow i(t)=Ae^{\frac{-R}{L}t}$

solution particulière i = cste lorsque $\frac{di}{dt}=0 \rightarrow i=\frac{E}{R}$

la solution générale complète est donc : $i(t)=\frac{E}{R}+Ae^{\frac{-R}{L}t}$

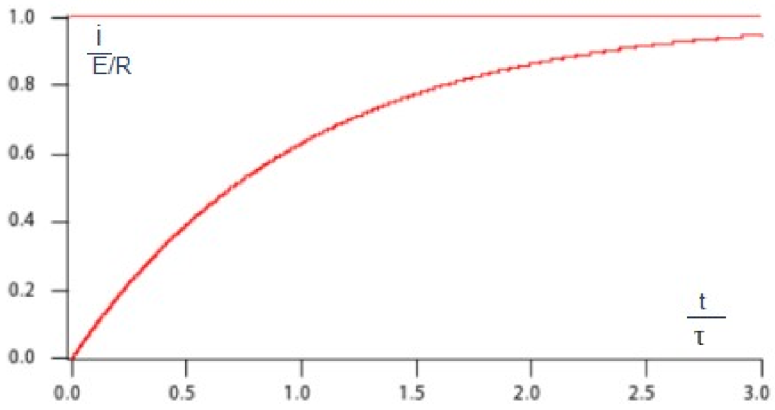
à t = 0 i(0) = 0 $\rightarrow$ $i(0)=\frac{E}{R}+A=0 \rightarrow A=\frac{-E}{R}$ finalement

la solution est $i(t)=\frac{E}{R}-\frac{E}{R}e^{\frac{-R}{L}t} \rightarrow$ $\boldsymbol{i(t)=\frac{E}{R}(1-e^{\frac{-R}{L}t})}$ ou $\boldsymbol{i(t)=\frac{E}{R}(1-e^{\frac{-t}{\tau}})}$

avec $\tau = \frac{L}{R}$ s'appelle constante de temps du circuit.

Le courant s'établit donc exponentiellement avec la constante de temps $\tau = \frac{L}{R}$.

la courbe représente $\frac{i}{E/R} = f\left(\frac{t}{\tau}\right) = 1 - e^{\frac{-t}{\tau}}$

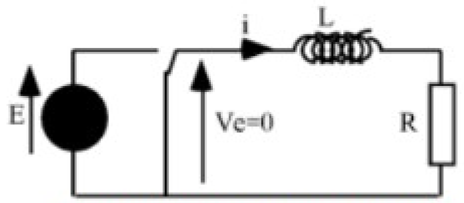


En pratique, au bout de 3τ , on est à 95 % de la valeur finale et au bout de 7τ on est à 99,9 %de la valeur finale.

Il est fondamental de retenir que l'établissement du courant dans un circuit (R,L) s'effectue exponentiellement , avec la constante de temps $\tau = \frac{L}{R}$

2. Retour au repos

Au bout d'un temps très long alors que le courant avait atteint la valeur finale $I = \frac{E}{R}$, on remet la tension d'entrée $U_e(t)$ à zéro.



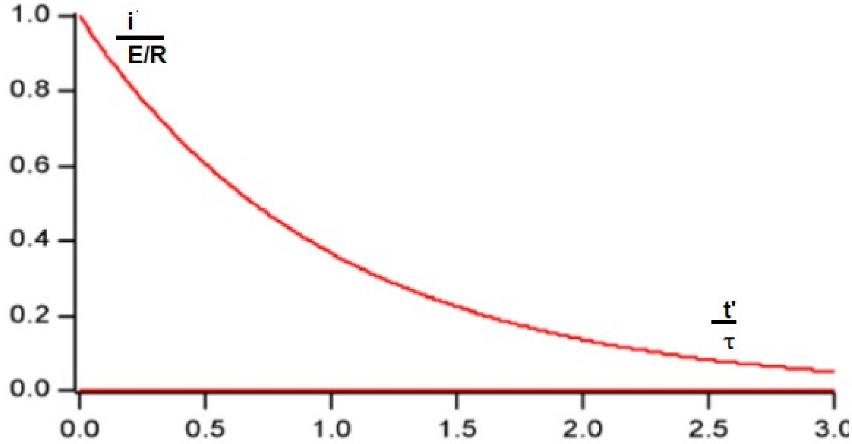
Retour au repos du circuit RL serie

Pour simplifier les expressions, nous prenons une nouvelle origine des temps t' à cet instant où $U_e(t)$ revient à zéro .

L'équation différentielle devient alors : $Ri + L\frac{di}{dt'} = 0 \quad \rightarrow \quad i + \frac{L}{R}\frac{di}{dt'} = 0$ à partir de t' = 0

or à t' = 0 i part de la valeur initiale $I = \frac{E}{R}$ donc i(0) = A = $\frac{E}{R}$

$i(t') = \frac{E}{R} e^{-\frac{t'}{\tau}}$ le courant disparaît donc exponentiellement avec la même constante de temps $\tau = \frac{L}{R}$



Le régime permanent est atteint au bout d'un temps théoriquement infini.

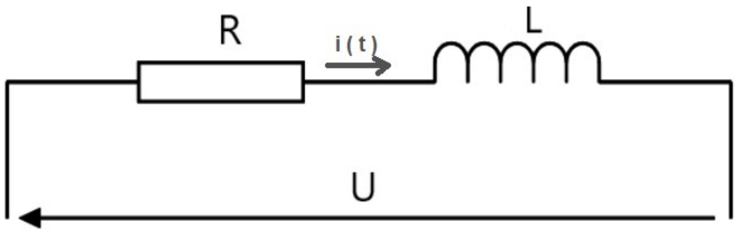
En pratique, au bout de 3τ on est à 5 % de la valeur initiale et au bout de 7τ on est à 0,1 % de la valeur initiale.

3. Bilan énergétique

Pendant la phase d'établissement du courant, l'énergie fournie à l'inductance est : $\frac{1}{2}L.I^2=\frac{1}{2}L.(\frac{E}{R})^2$

Le retour au repos, l'énergie stockée dans une inductance est $W=\frac{1}{2}Li^2$ elle est restituée et dissipée par effet Joule dans la résistance.

4. Régime transitoire du circuit



Le courant qui circule dans le circuit a pour forme $i(t) = i_0 \sin(\omega t + \varphi)$ où i_0 est l'amplitude maximale , ω la pulsation en rad/s et φ le déphasage entre u et i u = umax sinωt.

ω = 2πf où f est la fréquence en Hz , la période $T=\frac{1}{f}$ en s

L'impédance du circuit RL est $Z=\sqrt{(R^2+Z_L^2)}=\sqrt{(R^2+(L\omega)^2)}$ où $Z_L = L.\omega$ le réactance de la bobine. Après établissement du courant, $I=\frac{U}{Z}$, $U_R = R.I$ et $U_L = L.\omega.I$

Le déphasage $\varphi=\frac{L\omega}{R}$.