

Représentation graphique d'une fonction

1. Introduction

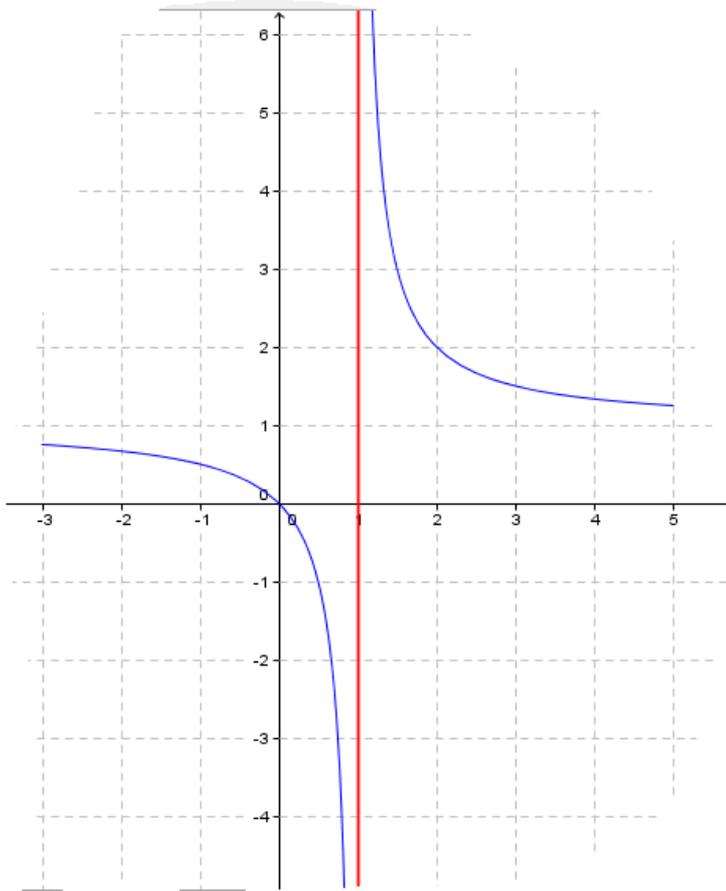
- Quand on connaît l'écriture d'une fonction, on peut préciser son ensemble de définition et déterminer son sens de variation. On complète ensuite un tableau de valeurs pour faire sa représentation graphique.
- Réciproquement, on peut partir de la représentation graphique d'une fonction pour trouver son ensemble de définition et déduire son tableau de variation.
- On peut également utiliser les représentations graphiques de fonctions pour résoudre des équations ou des inéquations.

2. Lecture de l'ensemble de définition sur la représentation graphique

Sur l'axe horizontal, on lit les abscisses des points de la courbe. L'ensemble de définition est l'ensemble de ces abscisses. Il s'écrit sous la forme d'un intervalle ou d'une réunion d'intervalles.

Exemple

La représentation graphique ci-dessous est formée de points dont l'abscisse est comprise entre -3 et 5 , le nombre 1 étant exclu. Elle représente une fonction définie sur la réunion d'intervalles : $[-3;1[\cup]1;5]$.



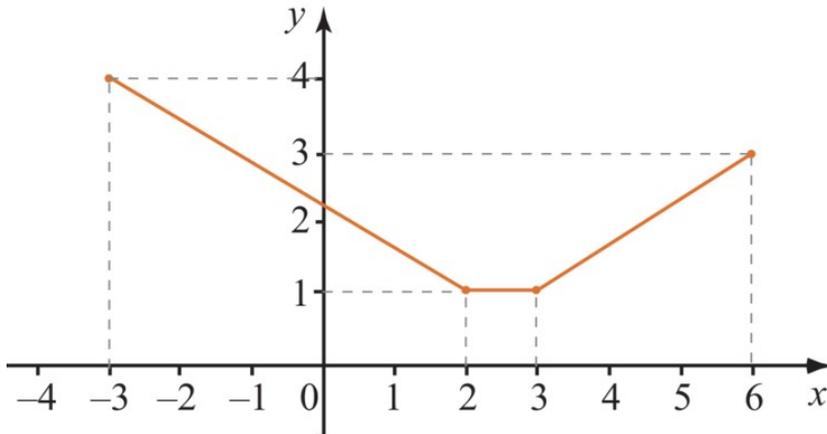
3. Tableau de variation à partir de la représentation graphique

Une fonction est croissante sur un intervalle I , si, en parcourant la courbe de gauche à droite, les images en ordonnées augmentent.

Une fonction est décroissante sur un intervalle I , si, en parcourant la courbe de gauche à droite, les images en ordonnées diminuent.

Une fonction est constante sur un intervalle I lorsque sa représentation graphique est un segment horizontal.

Exemple



La ligne brisée ci-dessus représente une fonction f :

- décroissante sur l'intervalle $[-3 ; 2]$;
- constante sur l'intervalle $[2 ; 3]$;
- croissante sur l'intervalle $[3 ; 6]$.

Elle atteint son minimum 1 sur l'intervalle $[2 ; 3]$.

On résume ces informations dans un tableau de variation

4. Solutions d'une équation sur une représentation graphique de fonction(s)

4.1 Équation $f(x) = k$

Les solutions de l'équation $f(x) = k$ sont les abscisses des points d'intersection de la courbe représentative de la fonction f avec la droite horizontale d'équation $y = k$.

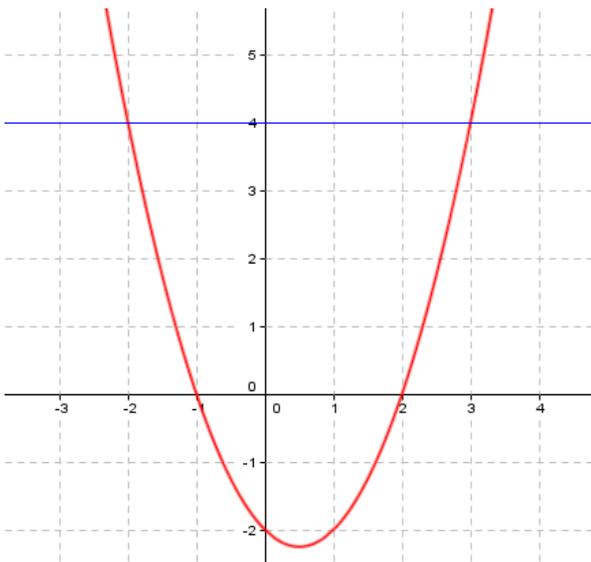
Dans le cas particulier de l'équation $f(x) = 0$, les solutions sont les abscisses des points d'intersection de la courbe avec l'axe des abscisses

Exemple

La courbe (C) ci-dessous représente une fonction f .

L'ensemble des solutions de l'équation $f(x) = 4$ est : $S = \{-2 ; 3\}$.

L'ensemble des solutions de l'équation $f(x) = 0$ est : $S = \{-1 ; 2\}$.

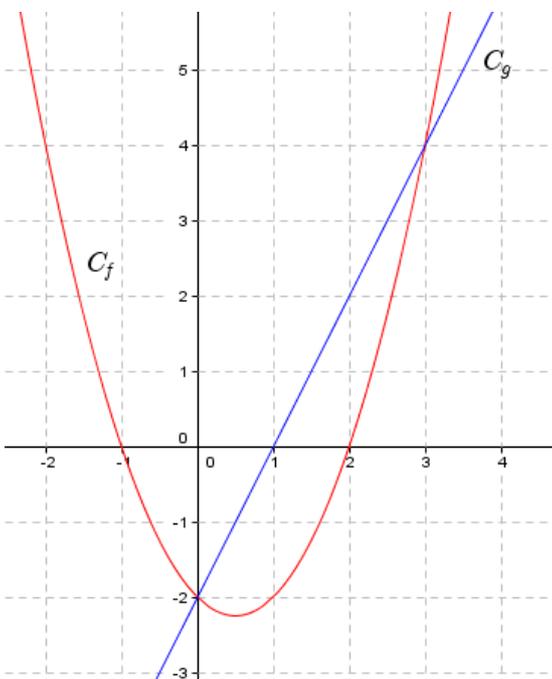


4.2 Équation $f(x) = g(x)$

Les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$ sont les abscisses des points d'intersection de la courbe représentative de f avec la courbe représentative de g .

Exemple

La courbe (C) ci-dessus représente une fonction f et la droite (D) une fonction g . L'ensemble des solutions de l'équation $f(x) = g(x)$ est : $S = \{0; 3\}$.

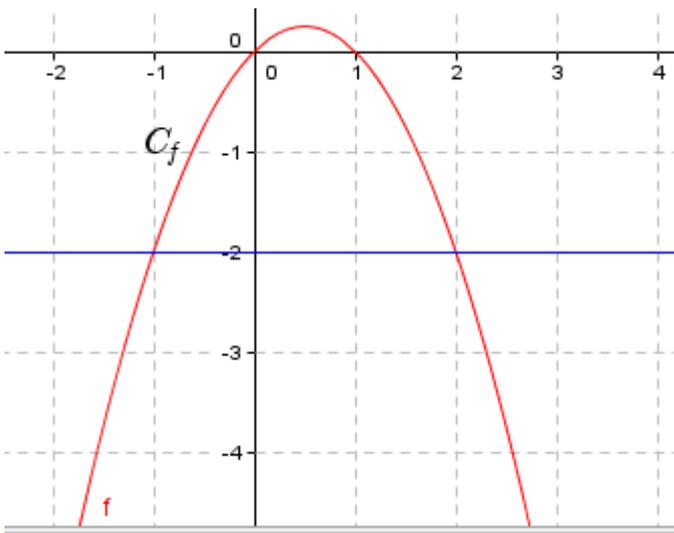


5. Solutions d'une inéquation sur une représentation graphique

5.1 Solution de $f(x) < k$

Les solutions de l'inéquation $f(x) < k$ sont les abscisses des points de la courbe situés au-dessous de la droite d'équation $y = k$.

Dans le cas particulier de l'équation $f(x) < 0$, les solutions sont les abscisses des points de la courbe situés au-dessous de l'axe des abscisses.



La courbe (C) ci-dessus représente une fonction f .

L'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) > -2$ est : $S =]-1; 2[$.

L'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) < 0$ est : $S =]-\infty; 0[\cup]1; +\infty[$.

Les solutions de l'inéquation $f(x) < g(x)$ sont les abscisses des points de la courbe représentative de f , situés au-dessous de la courbe représentative de g .

6. Résumé

- Pour déterminer l'ensemble de définition d'une fonction, on lit les abscisses des points de la représentation graphique. On l'écrit sous la forme d'un intervalle ou d'une réunion d'intervalles.
- Pour connaître le sens de variation sur un intervalle, on parcourt la courbe de gauche à droite et on observe si les ordonnées des points augmentent ou diminuent.
- Pour déterminer les solutions d'une équation de la forme $f(x) = k$, on lit les abscisses des points d'intersection de la courbe avec la droite horizontale d'équation $y = k$.
- Dans le cas d'une inéquation $f(x) < k$, on lit les abscisses des points de la courbe situés au-dessous de la droite d'équation $y = k$.