

6. Epure d'Arrêt de barre et Vérification des appuis

6.1 Treillis de Ritter Mörsch

Afin de mieux comprendre le fonctionnement d'une poutre en béton armé, commençons par étudier la nature et l'intensité des efforts sollicitant les barres d'une poutre en treillis dont les diagonales sont à 45°. Soit à analyser le cas de figure ci-dessous, en négligeant le poids propre:

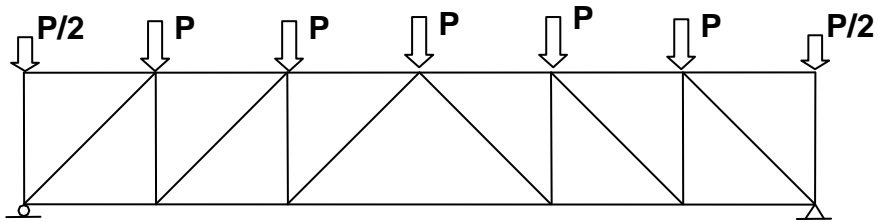


Fig.6.1 Poutre treillis

La mise en équilibre des noeuds conduit à la détermination des efforts axiaux sollicitant chacune des différentes barres avec la convention suivante : + compression et - traction.

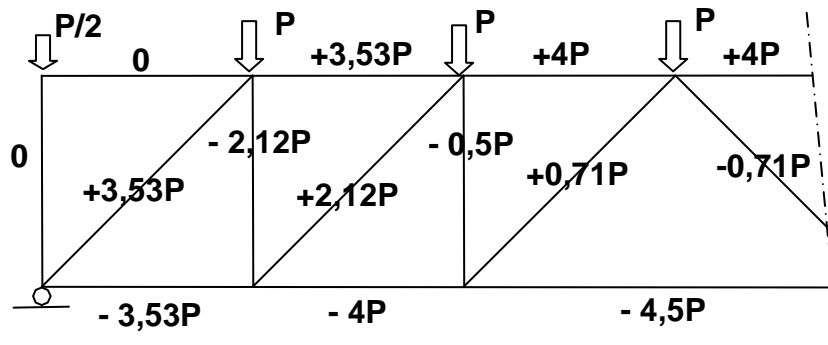


Fig.6.2 Analyse des efforts dans les barres

Les graphes des efforts tranchants et des moments fléchissant le long de la poutre sont les suivants :

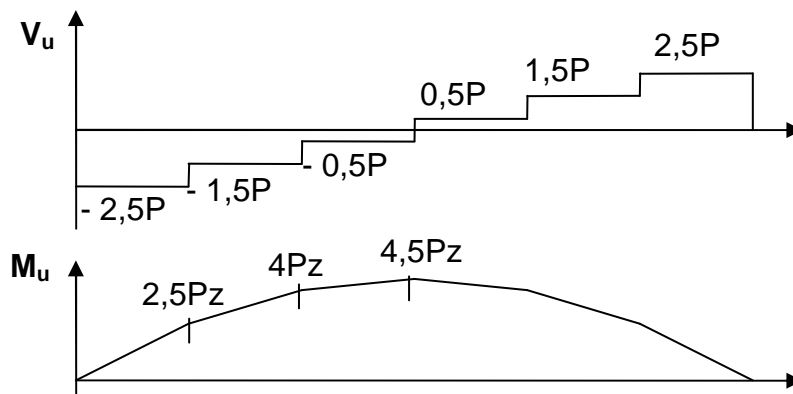


Fig.6.3 Sollicitations V (effort tranchant) et M (moment fléchissant) dans la poutre

Dans le cas d'une poutre en béton armé, il est possible de faire l'analogie avec la poutre en treillis précédente. Après fissuration d'effort tranchant la poutre peut être représentée comme ci-après :

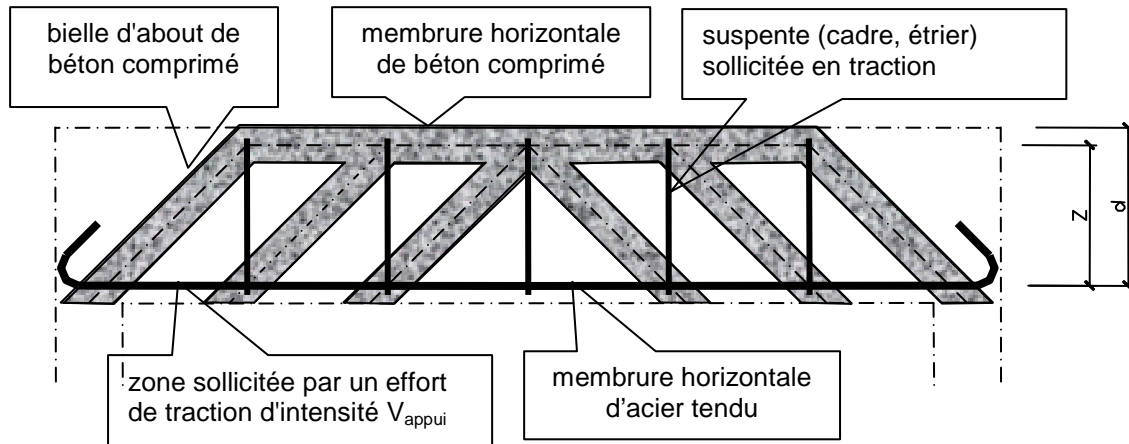
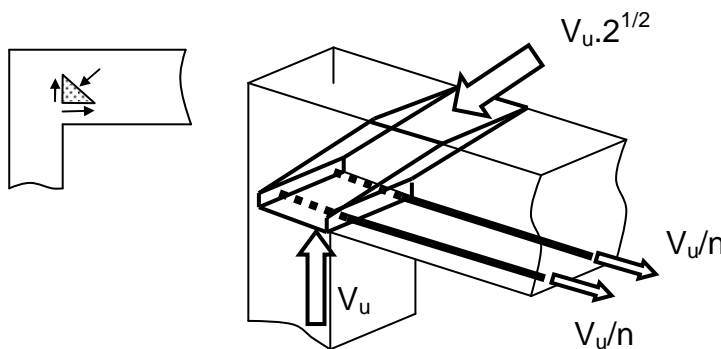


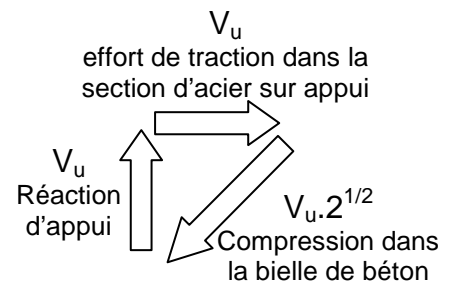
Fig.6.4 Treillis équivalent de Ritter-Mörsch

6.2 Vérification pour un appui simple d'about (A.5.1,31)



'n' nombre de barres (supposées identiques) à l'appui
 V_u effort tranchant à l'appui

Fig.6.5 Equilibre de la bielle d'about soumise à trois forces



L'analyse précédente montre que la bielle d'appui d'about de poutre inclinée à 45°, est soumise à l'action de trois forces : la réaction d'appui $V_{u, appui}$, l'effort de la section d'acier ancrée à l'appui et la circulation des efforts à 45°. L'équation d'équilibre de la bielle (somme de ces trois forces = 0) montre que :

- Le béton de la bielle doit résister à un effort de compression $V_u \cdot 2^{1/2}$
- L'acier doit résister à un effort de traction V_u . La section d'acier sur appui doit être suffisante.
- Les aciers doivent être ancrés pour résister à cet effort. L'ancrage droit ne suffit pas toujours.

article A.5.1,31, "on doit prolonger au-delà du bord de l'appui y ancrer une section d'armatures longitudinales inférieure suffisante pour équilibrer l'effort tranchant V_u ".

a. Compression dans la bielle

L'effort est $V_u \cdot 2^{1/2}$. La section de bielle perpendiculaire à l'effort incliné de 45° est $b \cdot a / 2^{1/2}$. La vérification réglementaire exige :

Contrainte dans le béton = Effort / Section < $0,8 \cdot f_{cj} / \gamma_b$. Soit

$$\sigma_{bc} = \frac{V_{u, appui} \cdot \sqrt{2}}{a \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot b} = \frac{2 \cdot V_{u, appui}}{a \cdot b} \quad \text{d'où} \quad \boxed{\frac{2 \cdot V_{u, appui}}{a \cdot b} \leq 0,8 \cdot \frac{f_{cj}}{\gamma_b}} \quad \text{avec } a \leq 0,9 \cdot d$$

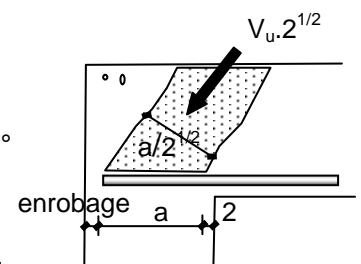


Fig.6.5b Bielle comprimée

Dans la pratique, cette condition est généralement vérifiée, excepté lorsque l'appui est peu long : appui d'une poutre sur un mur de refend par exemple.

b. Effort V_u dans la section A_s sur appui

La section d'acier A_s doit résister à l'effort V_u . Soit $A_s > V_u / (f_e / \gamma_s)$
 En pratique, la moitié des aciers nécessaires en travée est prolongée jusqu'aux appuis (on prolonge en général le premier lit inférieur).

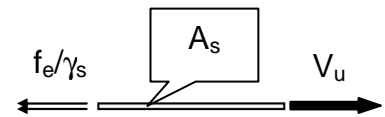


Fig.6.6 Vérification de la section d'acier

c. Ancrage

L'ancrage droit suffit il pour que n barres (n le nombre de barres à l'appui) puissent ancrer l'effort $V_{u\text{appui}}$.
 La contrainte de scellement droit vaut à l'ELU :
 $\tau_{su} = 0,6 \cdot \psi_s^2 \cdot f_{tj}$

$$V_u / n < \Pi \cdot \Phi \cdot L \cdot \tau_{su} \text{ d'où } L = V_u / [n \cdot \Pi \cdot \Phi \cdot \tau_{su}] < a$$

Si cette condition n'est pas respectée, il est nécessaire de faire un ancrage courbe.

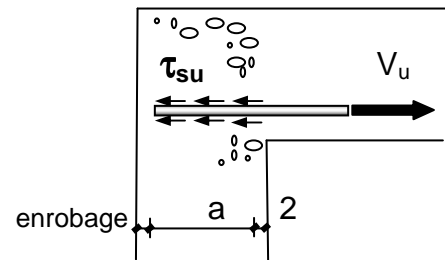


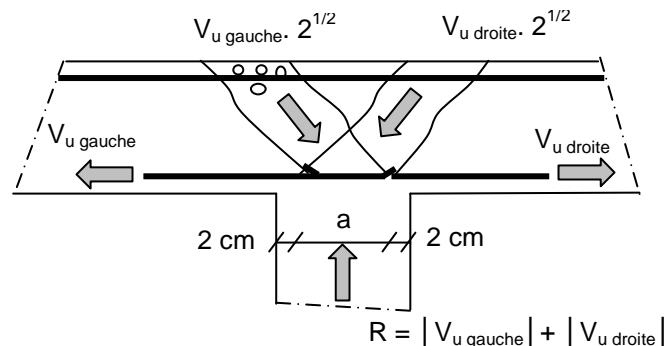
Fig.6.7 Ancrage

6.3 Vérification d'appui intermédiaire (art 5.1,31)

De même dans le cas d'un appui de continuité entre deux travées de poutres, il convient de vérifier la compression dans la bielle, la section d'armature et son ancrage de chaque coté de l'appui.

a. Vérification de la compression dans le béton

$$R_u / (ab) \leq 1,3 \cdot f_{cj} / \gamma_b \text{ avec } a \leq 0,9d$$



$$R = |V_{u\text{ gauche}}| + |V_{u\text{ droite}}|$$

Fig.6.7bis Appui intermédiaire

b. Vérification de la section d'acier à gauche et à droite de l'appui.

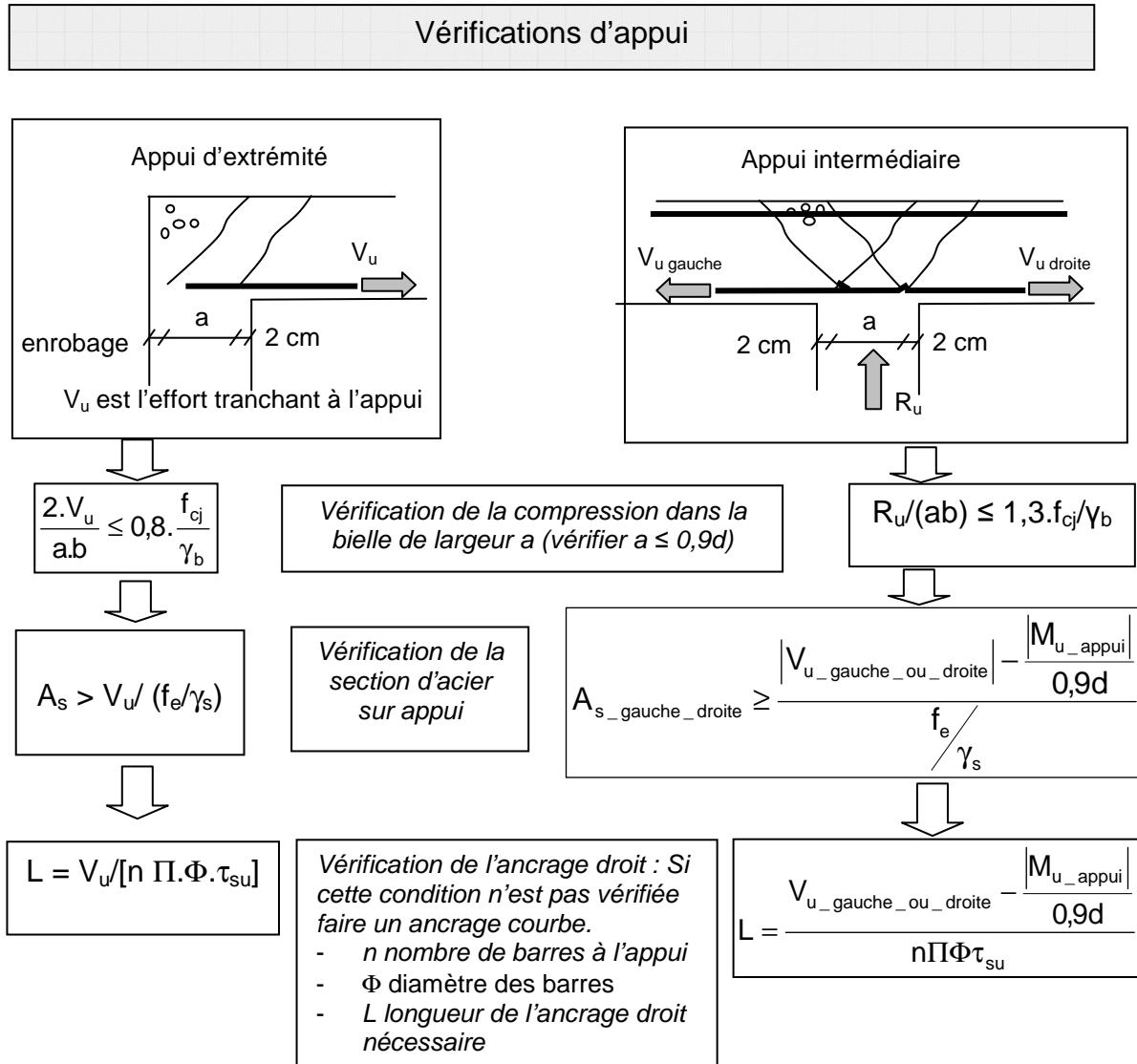
Le moment sur appui crée généralement une traction en partie haute de la poutre d'où les aciers en chapeau et une compression dans le béton en partie inférieure. L'effort de compression N_{bc} vaut, de chaque coté de l'appui, M_u / z et s'oppose aux efforts de traction $V_{u\text{ gauche}}$ ou $V_{u\text{ droite}}$ dans l'acier. Si $V_{u\text{ gauche}}$ ou $V_{u\text{ droite}} < M_u / z$ (avec $z = 0,9d$), il n'est théoriquement pas nécessaire de prolonger les aciers sur appui, mais il est de bonne construction de le faire.

$$A_{s_gauche_droite} \geq \frac{|V_{u_gauche_ou_droite}| - \frac{|M_{u_appui}|}{0,9d}}{f_e / \gamma_s}$$

c. Vérification de l'ancrage

La vérification se fait se fait comme pour l'appui d'about de poutre mais avec l'effort $V_{u\text{ gauche}} \text{ ou } \text{droite} - |M_u| / 0,9d$

6.4 Organigramme résumé



6.5 Epure d'arrêts de barres

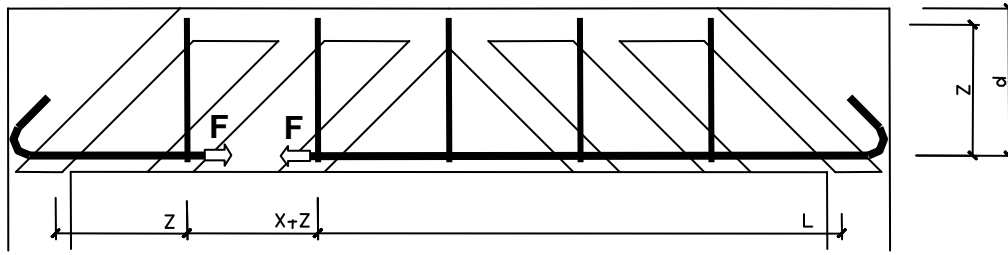


Fig.6.8 Traction dans les aciers longitudinaux de la poutre

La fissuration d'effort tranchant a une influence sur l'intensité de la traction sollicitant les armatures longitudinales de la membrure tendue.

Dans le cas d'un treillis simple, l'effort F de traction qui sollicite la membrure longitudinale à l'abscisse " x ", a même intensité à l'abscisse " $x + z$ ".

Cette particularité conduit à l'article A.4.1.5., "Sollicitation des membrures tendues : pour évaluer l'effort agissant sur une membrure tendue, on prend en compte le moment fléchissant agissant à une distance $0,8.h$ de la section considérée dans la direction où le moment augmente en valeur absolue. Cette règle conduit à décaler de $0,8.h$, dans le sens défavorable, les courbes enveloppes des moments fléchissant".

Cette règle, dite du "décalage des moments", ne majore pas le moment maximum. Elle va essentiellement s'appliquer aux arrêts du second (voire du troisième) lit d'armatures.

Dans le cas d'une poutre sur deux appuis et uniformément chargée, on obtient :

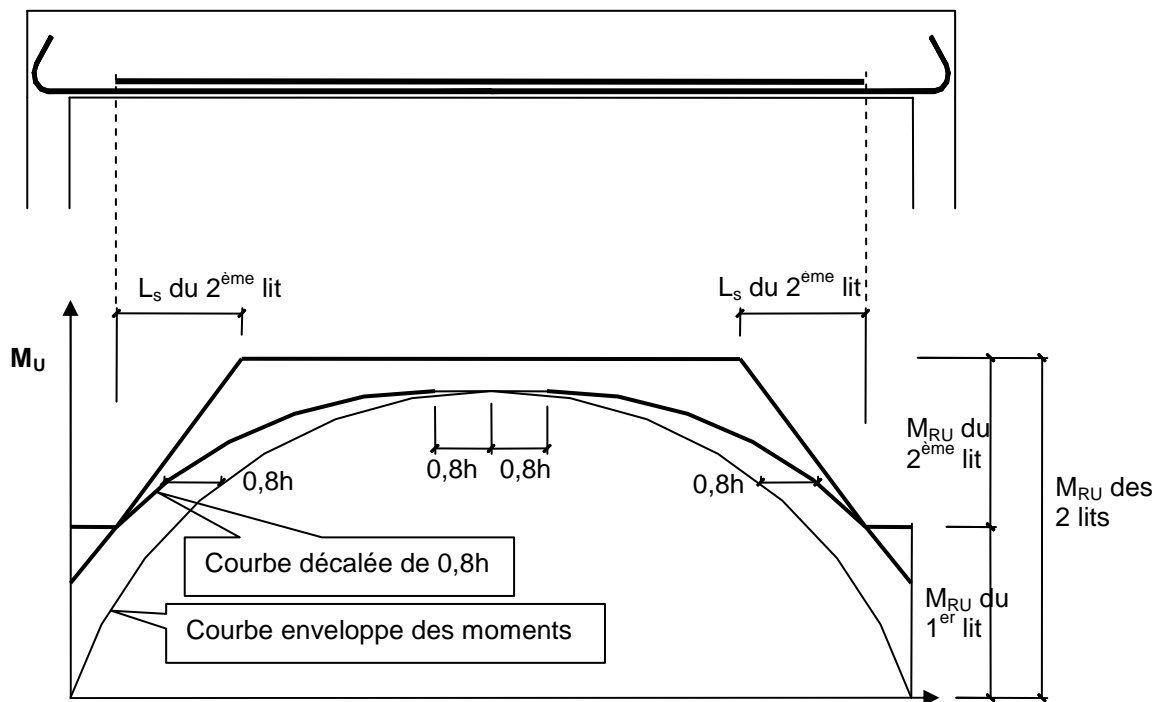


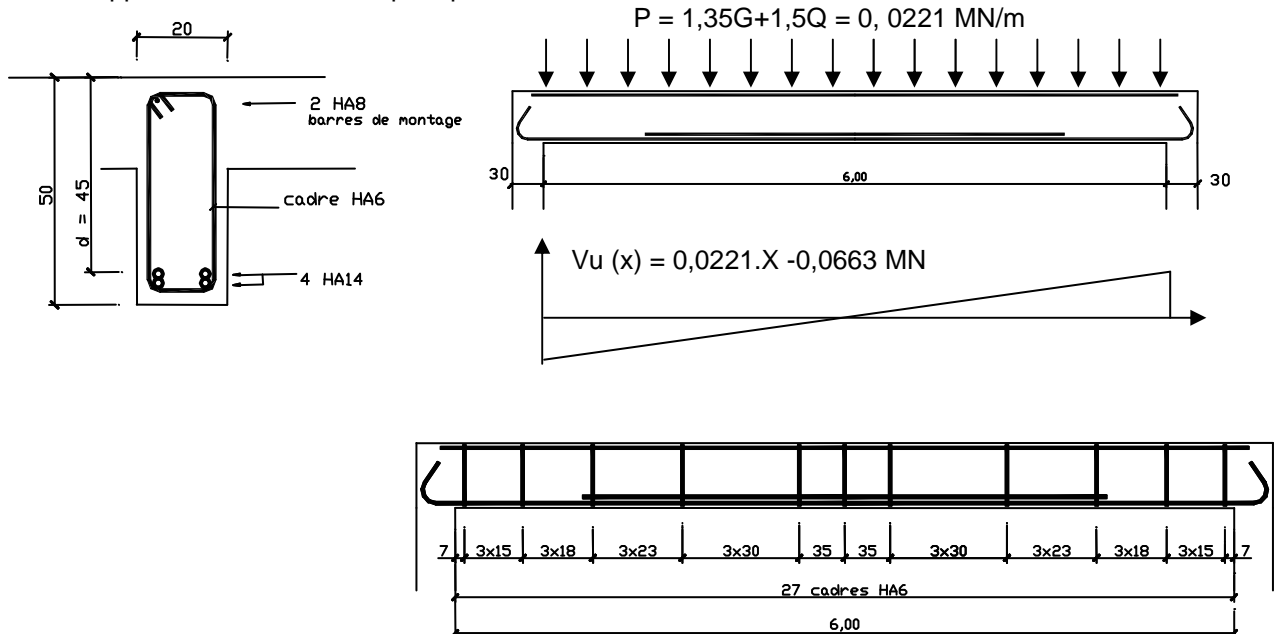
Fig.6.9 Epure d'arrêt de barres

Pour obtenir l'épure d'arrêt de barres ci-dessus l'ordre des opérations est le suivant :

1. Déterminer la courbe enveloppe des moments fléchissant
2. Décaler de $0,8h$ cette courbe des moments
3. Calculer les moments résistant de chaque lit d'armature
4. Tracer la courbe des moments résistant en tenant compte de la longueur de scellement droit des lits d'armatures et en ayant toujours des moments résistant supérieur aux moments 'décalés'.
5. En déduire la longueur du ou des lits d'armatures qui ne vont pas jusqu'aux appuis.

6.6 Application : Suite de la poutre étudiée aux chapitres 1, 4 et 5

Suite de l'application traitée au chapitre précédent.



Vérifications des appuis

La poutre reposant sur deux appuis en béton de largeur 30cm. L'article A 5.1,313 conduit, avec un enrobage de 3 cm en bout du premier lit, à une longueur d'appui de la bielle d'about : $a = 25$ cm.

a. Vérification de la contrainte de compression du béton dans la bielle:

$$\frac{2.V_{u_appui}}{a.b} = \frac{2 \times 0,0663}{0,25 \times 0,20} = 2,65 \leq 0,8 \cdot \frac{f_{cj}}{\gamma_b} = 0,8 \cdot \frac{25}{1,5} = 13,3 \text{ MPa}$$

b. Vérification de la section d'acier sur appui.

$$A_s \geq V_u / (f_e / \gamma_s) \text{ soit } 2 \text{ HA14} = 3,08 \text{ cm}^2 \geq 0,0663 / (500 / 1,15) \text{ m}^2 = 1,53 \text{ cm}^2$$

c. L'ancrage droit suffit il ?

Pour un barre HA avec et $f_{c28} = 25 \text{ MPa}$ $\tau_{su} = 2,84 \text{ MPa}$ (voir chapitre 3)

Chaque barre HA14 reprend un effort $V_u / n = 0,0663 / 2 \text{ MN}$

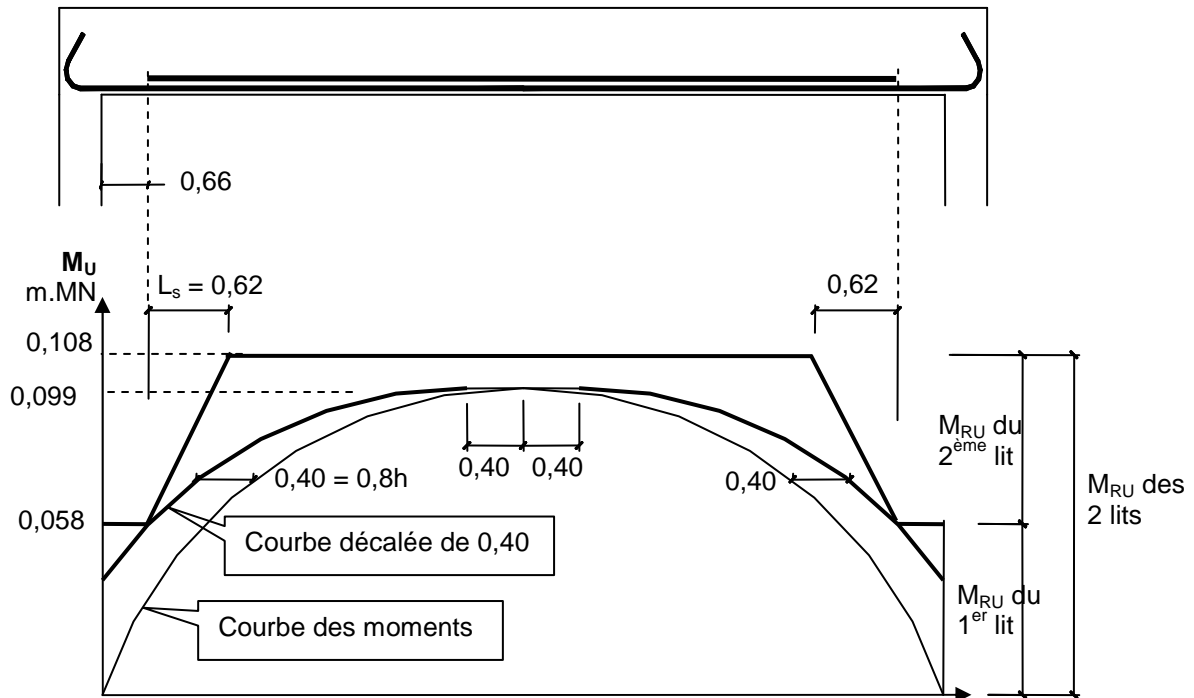
L'ancrage droit nécessaire à pour longueur L telle que :

$$V_u / n = 0,0663 / 2 < \Pi \cdot \Phi \cdot L \cdot \tau_{su} = \Pi \cdot 0,014 \cdot L \cdot 2,84 \text{ soit } L > 0,265 \text{ m}$$

Ce qui est légèrement supérieur au 25 cm disponible. Il est donc nécessaire de faire un ancrage courbe.

Epure d'arrêts de barres.

- La courbe des moments fléchissant est donnée par l'équation $M_u(x) = 0,0663.X - 0,0221X^2/2$
- Cette courbe des moments est décalée de $0,8h = 0,8 \times 50 = 40\text{cm}$
- Calcul des moments résistant de chaque lit d'armature (voir détails chap 4)
 - Pour le 1^{er} lit (jusqu'aux appuis)
 - $\alpha = [A_s f_e / \gamma_s] / [0,8bd f_{bu}] = 3,08 \cdot 10^{-4} \times (500/1,15) / [0,8 \times 0,2 \times 0,457 \times 14,17] = 0,129 < \alpha_L = 0,616$
 - $z = [1 - 0,4\alpha] \cdot d = 0,433\text{m}$
 - $M_{ru} = z \cdot A_s f_e / \gamma_s = 0,058 \text{ m.MN}$
 - Pour les 2 lits
 - $\alpha = [A_s f_e / \gamma_s] / [0,8bd f_{bu}] = 6,16 \cdot 10^{-4} \times (500/1,15) / [0,8 \times 0,2 \times 0,45 \times 14,17] = 0,263 < \alpha_L = 0,616$
 - $z = [1 - 0,4\alpha] \cdot d = 0,402\text{m}$
 - $M_{ru} = z \cdot A_s f_e / \gamma_s = 0,108 \text{ m.MN}$
- Tracer la courbe des moments résistant
 - La longueur de scellement droit des HA14 est $44 \times 1,4 = 62\text{cm}$
- On en déduit graphiquement ou analytiquement la longueur du lit d'armatures qui s'arrête



Epure d'arrêt de barres

Analytiquement le calcul est le suivant :

- On exprime l'équation de la courbe des moments décalée de $0,8 \cdot h$ valable dans la zone à droite de l'appui de rive gauche:

$$M_u(x) = 0,0663 \cdot (x+0,40) - 0,0221 \cdot (x+0,40)^2/2 = -0,01105 \cdot x^2 + 0,0575 \cdot x + 0,0247$$
- Le point d'intersection entre les deux courbes de moments décalés et résistants s'obtient en égalant :

$$0,0580 = -0,01105 \cdot x^2 + 0,0575 \cdot x + 0,0247$$
 soit

$$x = 0,66\text{m}$$
 abscisse à partir de laquelle doit débuter le 2^{ème} lit de 2 HA 14.

On remarque la montée linéaire en résistance du second lit d'armatures: le moment résistant de $0,108 \text{ m.MN}$ est atteint lorsque le second lit est ancré par scellement droit sur $L_s = 0,62\text{m}$

La zone entre les deux courbes est un surplus de résistance.

D'où, **enfin** le plan de ferrailage de la poutre.

