# Probabilité

## 1. Introduction

Le calcul des probabilités débuta véritablement au XVII$^{e}$ siècle, lorsque Pascal et Fermat, suivi de Huygens et Bernoulli entreprirent l'étude de certain jeu de hasard. Il fut développé au XIX $^{e}$ siècle pour être appliqué aussi bien en Sciences sociales (Économie …) qu'en science physique. En1933, le Soviétique Kolmogorov en donna un exposé axiomatique cohérent.

## 2. Vocabulaire

- .La probabilité est un outil mathématique permettant la mesure des phénomènes aléatoires, c'est-à-dire liés au hasard.
- Une épreuve est une expérience dont on ne peut pas prévoir le résultat précis.
- L'univers d'une épreuve est l'ensemble de tous les résultats possibles.
- Toute partie de l'événement est appelée événement. 0n note généralement un événement à l'aide d'une lettre A, B, C,…
- Une éventualité est un élément de l'univers.
- Les singletons s'appellent « événements élémentaires »
- L'événement contraire de A est l'événement noté $\overline{A}$ qui est réalisé si A ne l'est pas

Exemple
0n lance un dé dont les faces sont numérotés de1 à 6, et on note le numéro de la face supérieure.
Le tableau suivant regroupe les vocabulaires à utiliser.
•

| Vocabulaire | Signification | Exemples |
|---|---|---|
| Univers Ω | Ensemble des résultats | Ω = {1, 2, 3, 4, 5, 6 } |
| Éventualité | Un résultat | {5} |
| Événement | Un sous ensemble de Ω | B « obtenir un nombre pair |
| Événement élémentaire | Ensemble à un élément | Obtenir un numéro |
| Événement certain | Ω | Avoir un nombre inférieur ou égal à 6 |
| Événement impossible | Ø | Obtenir 7 |
| Événement contraire de A noté $\overline{A}$ | Événement formé de tous les résultats possibles qui ne sont pas favorables à A | A : « obtenir un nombre paire, $\overline{A}$ : « obtenir un nombre impair » |
| Événement A ou B | AUB $\overline{A}$ | Obtenir un nombre pair ou premier |
| Événement A et B | $A \cap B$ | Obtenir un nombre pair et premier |
| Événements incompatibles | $A \cap B$ = Ø | A : « obtenir un nombre premier » B : « obtenir 6 » |

## 3. Calcul de probabilité

### 3.1 Définition

On définit une probabilité P sur l'univers $\Omega = \{ e_1, e_2, \ldots, e_n \}$ en associant à chaque événement élémentaire $\{e_i\}$ de $\Omega$ un nombre réel positif $p_i$ vérifiant :

1) $0 \leqslant p_i \leqslant 1$

2) $p_1 + p_2 + \ldots + p_n = 1.$

La probabilité d'un événement A est la somme des probabilités de toutes les éventualités appartenant à A.

### 3.2 Propriétés

On a les propriétés suivantes :

- $0 \leq P(A) \leq 1.$
- $P(\Omega) = 1.$
- $P(\emptyset) = 0.$
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$
- $P(A) + P(\overline{A}) = 1$.on en déduit $P(A) = 1 - P(\overline{A})$

### 3.3 Exemple

## 4. L'équiprobabilité

Pour une situation donnée, il y a équiprobabilité si tous les événements élémentaires ont les mêmes probabilités. Dans ce cas, pour un événement A quelconque, on a:

$$P(A) = \frac{Card\,A}{Card\,\Omega} = \frac{\textbf{nombre de cas favorables}}{\textbf{nombre de cas possibles}}$$

Exemple

Une urne contient 10 boules indiscernables au toucher, dont 4 blanches et 6 noires.0n tire 3 boules de l'urne. Dans chacun des cas suivants,déterminer le nombre de cas possibles, puis la probabilité de l'Événement A : « obtenir deux blanches et une noire

1) les boules sont tirées simultanément.

2) les boules sont tirées successivement sans remise.

Réponse

1) card $\Omega$ = $C_{10}^{3}$ card A = $C_4^2 \cdot C_6^1$ et P(A) = $\frac{Card\ A}{Card\ \Omega}$

2)

card $\Omega$ = $A_{10}^{3}$ card A = 3 $A_4^2$ $A_6^1$

$$\textit{\textbf{P(A)}} = \frac{Card\ A}{Card\ \Omega}$$