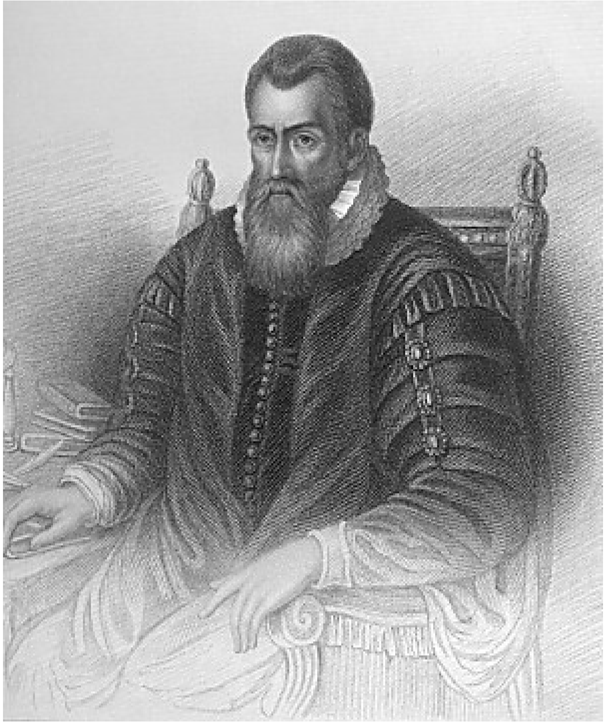
Un peu d’histoire sur le logarithme

1. Qui a inventé le logarithme ?

Au 16e siècle, avec les développements de l’astronomie, le calcul des trajectoires des astres ou encore l’essor de la navigation maritime, les calculs nécessaires deviennent de plus en plus complexes. Fils d’une riche famille noble écossaise, John Napier (parfois Néper) (1550-1617) se passionne pour les mathématiques. Il s’intéresse au calcul numérique et plus particulièrement aux relations des fonctions trigonométriques.

Les recherches de Napier le poussent à mettre au point, dès 1 580, les premiers logarithmes qui permettent de simplifier ces calculs. Il part de la relation 2 sin(A) sin(B) = cos(A — B) — cos(A + B) et cherche à définir une suite de nombres pour laquelle cette relation est correcte. Son but est de simplifier les opérations comportant des fonctions trigonométriques : en somme, les multiplications complexes se transforment en addition.

Ce n’est qu’en 1 614 qu’il publie son ouvrage. Intéressé par ses découvertes, le mathématicien anglais Henry Briggs collabore alors avec lui. Ensemble, ils mettent au point la table des logarithmes décimaux. Le logarithme est un outil mathématique toujours utilisé.



2. Comment déterminer les primitives de certaines fonctions rationnelles ?

2.1 Méthode

Quand la fonction rationnelle ne se présente pas sous une forme qui permet de trouver directement des primitives (formes $\frac{u'}{u}$, $-\frac{u'}{u^2}$, $\frac{u'}{2\sqrt{u}}$), on peut être amené à l'écrire sous la forme d,une somme de fonctions dont on connaît des primitives.

Pour calculer les coefficients des divers termes de la somme, on procède par identification.

2.2 Exemple

Soit f la fonction définie sur IR \ - {-1} par : f(x) = $\frac{x}{x+1}$.

a. Déterminer les réels a et b tels que pour tout x ≠ -1, on a f(x) = a + $\frac{b}{x+1}$

b. En déduire la primitive de f sur } - 1 : + ∞ [qui prend la valeur 0 en 0.

Réponse

a. Recherche de a et b

a + $\frac{b}{x+1}$ = $\frac{a(x+1)+b}{x+1}$ = $\frac{ax+a+b}{x+1}$

par identification, $\frac{ax+a+b}{x+1}$ = $\frac{x}{x+1}$, alors a = 1 et b = -1.

f(x) = 1 - $\frac{1}{x+1}$.

b. La fonction f admet une infinité de primitives qui s'écrivent : F(x) = x + Ln(x + 1) +k.

La primitive F_1 qui prend la valeur 0 en 0 vérifie 0 = 0 + Ln(0 + 1) + k. On obtient k = 0

F_1(x) = x + Ln(x + 1) .