

Exercices sur les limites

1. Exercice 1

Déterminer la limite en $-\infty$ et en $+\infty$ de la fonction f dans les cas suivants :

1) $f(x) = 5x^2 + 2x + 1$; 2) $f(x) = -x^3 - 6x + 3$; 3) $f(x) = 3 - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}$; 4) $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x + 3}$

2. Exercice 2

Déterminer la limite de f en a si :

1) $f(x) = x^2 + 1$ et $a = 2$; 2) $f(x) = \frac{x^2 + x - 6}{x - 2}$ et $a = 2$; 3) $f(x) = \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x}$ et $a = 0$;

4) $f(x) = \frac{3x - 1}{x - 1}$ et $a = 1$; $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-1}}$ et $a = 1$

3. Exercice 3

1- Déterminer la limite en -2 (pour $x < -2$ et pour $x > -2$) de la fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{3x - 2}{x + 2}$$

2- Déterminer la limite en 1 (pour $x < 1$ et pour $x > 1$) de la fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{x^2 + x - 3}{1 - x^2}$$

4. Exercice 4

Calculer les limites suivantes :

1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x + 1)^3$; 2) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{(x+3)^2}{(x-2)} \right)$; 3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{(2x+1)}{(x-1)}}$

5. Exercice 5

On considère 3 fonctions f, g, h définies sur \mathbb{R} telles que pour tout nombre réel x on a :

$$f(x) \leq g(x) \leq h(x) \text{ . si } \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty \text{ , alors on peut en déduire}$$

Réponse A : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$, Réponse B : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$, Réponse C : $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = +\infty$

6. Exercice 6

On définit f sur \mathbb{R}^* par $f(x) = \frac{\sqrt{4x^2 + x + 1}}{x}$

1. Prouver que pour tout réel $x \geq 0$: $4x^2 \leq 4x^2 + x + 1 \leq (2x + 1)^2$

2. En déduire que pour tout réel $x > 0$: $2 \leq f(x) \leq \frac{2x + 1}{x}$

3. Calculer la limite de f en $+\infty$.