Systèmes dans IR²

1. Systèmes linéaires dans IR²

Pour résoudre dans IR² le système :

$$\begin{cases} a\,x + b\,y = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

On peut procéder par substitution, par combinaison,

2. Exemples de résolution par substitution

2.1.1 Méthode

Pour résoudre un tel système par substitution, on tire x ou y dans l'une des équations, on porte cette valeur dans l'autre équation . 0n obtient une équation à une inconnue. Le système admet une solution unique

si a b' - a' b $\neq 0$

2.1.2 Exemples

a) Résoudre par la méthode de substitution dans IR² le système :

$$\begin{cases} x+3y=9 & (1) \\ 2x+y=8 & (2) \end{cases}$$

Le nombre a b' - a' b = -5 . Le système admet une solution unique. Transformons l'équation (1) en exprimant x en fonction de y, puis portons cette valeur dans (2).

On a x = 9 – 3y et 2(9 – y) + y = 8. On obtient y = 2 et x = 3. La solution est S = { (3 ; 2) }.

b) Résoudre par la méthode de substitution dans IR² le système:

$$\begin{cases} x + y = 2 \ (E_1) \\ x - y = 2 \ \ (E_2) \end{cases}$$

Dans (E_2), on obtient x = y + 2, en portant cette valeur dans (E_1),on obtient y + 2 +y = 2 .Ce qui donne

y = 0. Donc x= 2. 0n a: S = {(2; 0)}.

3. Exemples de résolution par combinaison

3.1.1 Méthode

Le principe consiste à éliminer l'une des inconnues x ou y en combinant les deux équations. Pour cela :

- On multiplie chaque équation par des nombres dans le but d'égaliser les coefficients de x ou de y dans les deux équations ;
- On ajoute ou on retranche membres à membres les deux équations pour éliminer l'une des inconnues.

3.1.2 Exemples

a) Résoudre par la méthode de combinaison dans IR² le système :

$$\begin{cases} x-2y=-16 & (E_1) \\ x+y=5 & (E_2) \end{cases}$$

(E1) +2x(E2) donne 3x = -6, alors x = -2 . En utilisant l'une des équations , on obtient y = 7. La solution est :

S = { (-2 ; 7)}.

Résoudre par la méthode de combinaison dans IR² le système :

$$\begin{cases} 3x + 4y = 19 & (1) \\ -6x + y = -2 & (2) \end{cases}$$

Le nombre a b' - a' b = 27 . Le système admet une solution unique. On va éliminer x, pour cela multiplions (1) par 2. On obtient :

$$\begin{cases} 6x + 8y = 38 \\ -6x + y = -2 \end{cases}$$

En additionnant membres à membres ces deux équations, on a 9y = 36 soit y = 4. En portant cette valeur dans (1) par exemple 3x + 4x4 = 19 soit x = 1. La solution est S = { (1 ; 4)}.

4. Exemple de résolution graphique

4.1 Méthode

pour résoudre le système $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$,

(i) on trace les droites (D) : ax +by =c et (D') : a'x + b'y = c' , il y a trois cas possibles :

- Avoir deux droites strictement parallèles.
- Avoir deux droites confondues
- Avoir deux droites sécantes

(ii) il y a alors 0 ou une ou plusieurs solutions