Transformations du plan : expressions analytiques

Exercice 1

1) Soit t la translation de vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ et M (x;y) et M'(x';y') deux points du plan tels que t(M)= M'

Déterminer la relation entre les coordonnées de M et celles de M'(x';y') . Cette relation est appelée expression analytique de t

2) Soit M (x;y) un point du plan. On lui associe le point M'(x';y') tel que $\begin{cases} x'=x-2 \\ y'=y+1 \end{cases}$.

Montrer que quel que soit M, $\overrightarrow{MM'}$ est un vecteur constant. En déduire la nature de la transformation f telle que M' = f(M).

3) Soit t' la translation de vecteur $\vec{v}\begin{pmatrix} a' \\ b' \end{pmatrix}$.

Donner l'expression analytique de la transformation t o t'. Et en déduire la nature de cette transformation.

Exercice 2

1) Soit h l'homothétie de centre $\Omega(a;b)$ et de rapport k, et M (x;y) et M'(x';y') deux points du plan tels que h(M)= M' .
Déterminer la relation entre les coordonnées de M et celles de M'(x';y') . Cette relation est appelée expression analytique de h.
2) Soit M (x;y) un point du plan. On considère la transformation h qui, à tout point M associe le point M'(x';y') tel que $\begin{cases} x'=2x-3 \\ y'=2y+1 \end{cases}$. On a donc h(M)= M'.

a) Déterminer les coordonnées (a;b) du point A tel que h(A) = A. (On dit que A est un point invariant).

b) Montrer que $\overrightarrow{AM'}=k\overrightarrow{AM}$ où k est un réel à préciser. En déduire la nature de la transformation h.

3) Soit h' l'homothétie de centre $\Omega(a;b)$ et de rapport k'.

Donner l'expression analytique de la transformation h o h'. Et en déduire la nature de cette transformation.

Exercice 3

On considère l'application f du plan définie par : M'= R(M) si et seulement si $\begin{cases} x'=-\frac{1}{2}x-\frac{\sqrt{3}}{2}y+3 \\ y'=\frac{\sqrt{3}}{2}x-\frac{1}{2}y-\sqrt{3} \end{cases}$

a) Montrer qu'il existe un point unique A(a ; b) telle que f(A) = A..

b) Montrer que $AM'=AM$.

c) Soit B (4;0). Déterminer les coordonnées du point B' image de B par f.

d) Déterminer le cosinus et le sinus de l'angle $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AB'})$ que font les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB'}$.

En déduire la mesure principale de l'angle $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AB'})$, puis la nature et les éléments caractéristiques de la transformation f .

Exercice 4

Reprendre toutes les questions de l'exercice 3 avec $\begin{cases} x'=\frac{1}{2}(x\sqrt{3}+y+3-\sqrt{3}) \\ y'=\frac{1}{2}(-x+y\sqrt{3}-1+\sqrt{3}) \end{cases}$ et B(0;0)