Géométrie analytique : exercices

Exercice 1

1°) Tracer la droite (D) d'équation $4x+3y-5=0$

2°) Le point $A(20;-25)$ appartient-il à (D) ? Et le point $B(-30;42)$?

Exercice 2

Préciser un vecteur directeur et, le cas échéant le coefficient directeur des droites suivantes :

a) $(D_1): 2x+3y-5=0$

b) $(D_2): 7x-3=0$

c) $(D_3): y=-3x+1$

d) $(D_1): x=5$

Exercice 3

Déterminer une équation cartésienne et une représentation paramétrique de la droite passant par A et de vecteur directeur $\vec{u}$:

a) $A(-5;-2)$ et $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\3\end{pmatrix}$

b) $A(-2;3)$ et $\vec{u}\begin{pmatrix}0\\3\end{pmatrix}$

c) $A(-2;3)$ et $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$

d) $A(1;1)$ et $\vec{u}\begin{pmatrix}\sqrt{2}-1\\ \dfrac{1}{\sqrt{2}+1}\end{pmatrix}$

Exercice 4

Déterminer une équation cartésienne et une représentation paramétrique de la droite (AB) :

a) $A(-3;3)$ et $B(1;9)$

b) $A(0;5)$ et $B(3;-15)$

Exercice 5

Soit $(D): 2x+3y-1=0$ et $A(-2;1)$

1°) Déterminer une équation cartésienne de la droite (D') parallèle à (D) et passant par A

2°) Déterminer une équation cartésienne de la droite (D') perpendiculaire à (D) et passant par A.

Exercice 6

Soit A, B et C les points définis par :

$\overrightarrow{OA}=8\vec{j}$; $\overrightarrow{OB}=-6\vec{i}$ et $\overrightarrow{OC}=6\vec{i}-4\vec{j}$

1°) a) Déterminer les équations des médiatrices des segments $[AB]$ et $[AC]$

b) Calculer les coordonnées du centre du cercle (C) circonscrit au triangle ABC

c) Calculer le rayon du cercle

2°) On appelle D le point de coordonnées $(6;6)$

Vérifier que D appartient au cercle (C)

3°) On appelle H_1 le projeté orthogonal de D sur la droite (BC). Vérifier que les coordonnées de H_1 sont $(3;-3)$

4°) On appelle H_2 le projeté orthogonal de D sur la droite (AC) et H_3 celui de D sur la droite (AB)

a) Déterminer une équation de (DH_2)

b) Calculer les coordonnées de H_2

c) Calculer les coordonnées de H_3

5°) Vérifier que D, H_2 et H_3 sont alignés.

Exercice 7

On donne $A(3;-2)$ et $B(1;4)$

Donner une équation de l'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=7$

Exercice 8

Déterminer une équation du cercle (C) de centre Ω et de rayon r dans chaque cas :

a) $\Omega(3;-2)$ et $r=\sqrt{3}$ b) $\Omega(1;3)$ et $r=2$

c) $\Omega\left(-1;\frac{7}{3}\right)$ et $r=4\sqrt{3}$ d) $\Omega(1;-4)$ et $r=\frac{5}{3}$

Exercice 9

Déterminer une équation cartésienne du cercle de diamètre $[AB]$:

a) $A(-1;3)$ et $B(4;2)$ b) $A(5;2)$ et $B(-3;-7)$

c) $A(-2;3)$ et $B(2;-3)$ d) $A(0;-2)$ et $B(0;3)$

Exercice 10 :

Parmi les équations suivantes, indiquer celles qui représentent des cercles. Déterminer alors le centre et le rayon.

a) $x^2+y^2-12x-4y+8=0$

b) $x^2-y^2-12x=0$

c) $2x^2+4x-9+2y^2-6y+3=0$

d) $3x^2+3y^2-9x+1=0$

e) $(x+2)^2+(y+1)^2=(x-5)^2+(y-2)^2$

Exercice 11

Donner une représentation paramétrique du cercle (C) pour les cercles suivants :

a) $x^2+y^2-12x-4y+8=0$

b) $2x^2+4x-9+2y^2-6y+3=0$

c) $3x^2+3y^2-9x+1=0$

d) $(x+2)^2+(y+1)^2=(x-5)^2+(y-2)^2$

DISTANCES

Exercice 11

1°) Etude d'un exemple :

On considère la droite (Δ) d'équation $3x-2y+1=0$ et le point $A(2;1)$

a) Tracer la droite (Δ) et placer le point A

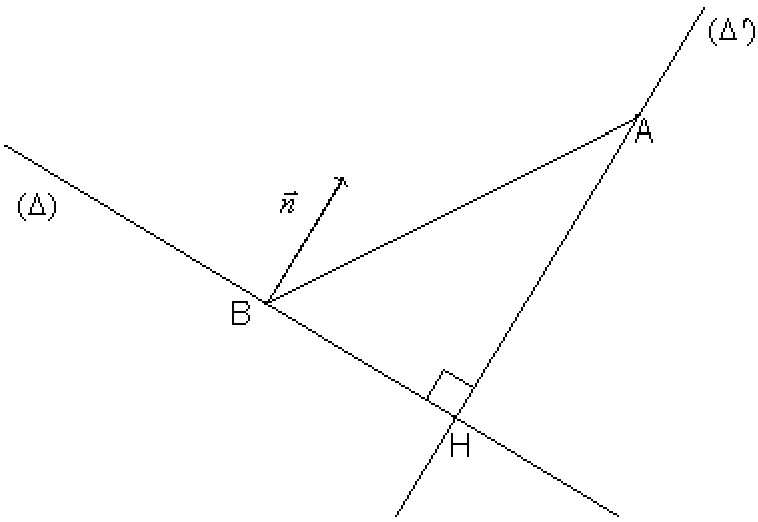
b) Déterminer une équation de la droite (Δ') passant par A et perpendiculaire à (Δ)

c) Calculer les coordonnées du point H, projeté orthogonal du point A sur (Δ)

d) En déduire la longueur AH appelée distance du point A à la droite (Δ)

2°) Cas général :

Soit (Δ) une droite de vecteur normal $\vec{n}$, B un point de (Δ) et A un point quelconque du plan. On cherche à déterminer le distance du point A à la droite (Δ), c'est-à-dire la longueur AH où H est le projeté orthogonal de A sur la droite (Δ)



a) Justifier l'égalité $\overrightarrow{BA}\cdot\vec{n}=\overrightarrow{HA}\cdot\vec{n}$

b) Montrer alors que la distance cherchée est donnée par l'égalité $d=\dfrac{\left|\overrightarrow{BA}\cdot\vec{n}\right|}{\|\vec{n}\|}$

c) En supposant qu'une équation de (Δ) est $ax+by+c=0$, et que $\vec{n}\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$, $A(x_A;y_A)$ et $B(x_B;y_B)$, montrer que l'expression analytique de la formule précédente est :

$$d=\frac{|a\cdot x_A+b\cdot y_A+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

Exercice 13

Déterminer la distance du point $A(5;6)$ et à la droite d'équation $3x+y+1=0$

Exercice 14

1°) Dans le triangle EFG avec $E(2;0)$, $F(-1;1)$ et $G(3;4)$, déterminer la longueur de la hauteur issue de E puis l'aire du triangle.

2°) Démontrer que le point $A(1;1)$ est le centre du cercle inscrit dans le triangle XOY où $X(2+\sqrt{2};0)$ et $Y(0;2+\sqrt{2})$

Exercice 15

Déterminer une équation du cercle (C) qui a pour centre $\Omega(3;-2)$ et est tangente à la droite (D) d'équation $x-3y+1=0$

PRODUIT SCALAIRE

Exercice 16

ABCD est un carré de côté a, de centre O et I est le milieu de [AB]. Calculer les produits scalaires suivants en fonction de a :

a) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{DC}$ b) $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{AC}$ c) $\overrightarrow{OI}.\overrightarrow{BC}$ d) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$

Exercice 17

ABC est un triangle équilatéral de côté a.

On note I le milieu de [AB].

Exprimer les produits scalaires $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{IC}.\overrightarrow{AB}$ en fonction de a