

Suites numériques réelles : série n°1

Exercice 1

Dans chacun des cas suivants, calculer les trois premiers termes de la suite :

$$u_n = \frac{1}{n+2} ; u_n = \frac{2n+3}{4n-1} ; u_n = 2^{n-1} \cdot n + 1 ; u_n = \frac{2^{n-1}}{3^n} ; u_n = \frac{(n-1)2^n}{n+2} ; u_n = \frac{1}{1 + \frac{1}{n}}$$

Exercice 2

Dans chacun des cas suivants, calculer u_1 , u_2 et u_3 .

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 2u_n - 2 \end{cases} ; \begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n + 1}{u_n + 2} \end{cases} ; \begin{cases} u_0 \\ u_{n+1} = nu_{n-1} \end{cases} ; \begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \sqrt{2u_n} \end{cases} ; \begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \sqrt{2u_n} \end{cases} ;$$

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 2^{n-1} u_n \end{cases} ; \begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{n}{n+1} u_n \end{cases} ; \begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{u_n + 1}{u_n + 2} \end{cases} ; \begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = (-1)^{n+1} u_n \end{cases} ; \begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{1}{1 + \frac{1}{u_n}} \end{cases}$$

Exercice 3

Etudier les variations de la suite (u_n) dans les cas suivants :

a) $u_n = 2n - 5$; $u_n = \frac{1}{2}n + 3$; $u_n = \frac{2}{n+1}$; $u_n = \frac{n}{n+1}$; $u_n = n + \frac{1}{n}$; $u_n = \frac{n^2 + 2n + 3}{2n + 1}$

b) $u_n = \sqrt{n+2}$; $u_n = \frac{1}{\sqrt{n}}$; $u_n = \sqrt{n^2 + 2n + 3}$; $u_n = n + 1 + \sqrt{n}$; $u_n = \sqrt{n + \sqrt{n}}$

c) $u_n = 2^n$; $u_n = \frac{2}{3^n}$; $u_n = \frac{2^n}{3^{n-2}}$; $u_n = 2^n + n$; $u_n = 2^n - n + 1$; $u_n = 2^n + \frac{1}{2^n}$

d) $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n \end{cases}$; $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 2^n u_n \end{cases}$; $\begin{cases} u_0 = -3 \\ u_{n+1} = u_n - 2 \end{cases}$; $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = u_n - n \end{cases}$; $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = nu_n \end{cases}$;

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{1}{n} u_n \end{cases} ; \begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n^2 + u_n \end{cases}$$

Exercice 4

On dit qu'une suite (u_n) est périodique, s'il existe un réel non nul p tel que pour tout entier n , $u_{n+p} = u_n$

Vérifier que les suites définies ci-dessus sont périodiques et préciser leur période:

a) $u_n = (-1)^n$; b) $u_n = \sin \frac{n\pi}{5}$; c) $u_n = \frac{1}{1 + \cos^2 \frac{n\pi}{4}}$