

Logique : série 2

Exercice 1

Construire les tables de vérité des propositions suivantes puis indiquer les tautologies et les contradictions.

(1) $p \wedge \neg p$

(2) $p \vee \neg p$

(3) $(p \wedge q) \Rightarrow p$

(4) $(p \vee q) \Rightarrow p$

Exercice 2

Construire les tables de vérité des propositions suivantes :

(1) $(p \wedge q) \vee [(\neg p) \wedge (\neg q)]$

(2) $(p \vee q) \wedge r$

(3) $p \vee (q \wedge r)$

(4) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow r$ (e) $p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$

Exercice 3

On considère les propositions suivantes : p : Il pleut q : Il y a des nuages

(a) Écrire l'implication $p \Rightarrow q$, sa contraposée, sa réciproque et la contraposée de sa réciproque.

(b) Lesquelles sont vraies ?

Exercice 4

1. (a) Exprimer $p \wedge q$ en fonction de p , q et des connecteurs \vee et \neg .

(b) Exprimer $p \vee q$ en fonction de p , q et des connecteurs \wedge et \neg .

2. Simplifier les propositions suivantes puis indiquer les tautologies :

(a) $p \Rightarrow (p \vee q)$

(b) $p \Rightarrow (p \wedge q)$

(c) $(p \wedge q) \vee (\neg p \vee \neg q)$

(d) $p \Rightarrow (p \Rightarrow q)$

(e) $(p \Rightarrow p) \Rightarrow q$

(f) $(p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q)$

Exercice 5

On construit le connecteur binaire $|$ appelé connecteur de Sheffer par : $p | q = (\neg p) \vee (\neg q)$

(a) Construire la table de vérité de $p | q$.

(b) Calculer $p | p$, $\neg(p | q)$, $\neg p | \neg q$. (c) En déduire l'écriture des propositions $\neg p$, $p \wedge q$, $p \vee q$, $p \Rightarrow q$ uniquement à l'aide du connecteur de Sheffer.