Fonctions irrationnelles : exercices

Exercice 1

On définit la fonction f par $f(x) = x\sqrt{x}$.

On note (C) sa courbe représentative dans le repère orthonormé $R(O,\vec{i},\vec{j})$

1°) a) Préciser l'ensemble de définition Df de f

b) Calculer $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

c) Etudier la dérivabilité de f en 0. Préciser la tangente à (C) en O ?

d) Exprimer la fonction dérivée de f puis dresser son tableau de variation

2°) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x}$. Interpréter graphiquement

3°) a) Préciser les points d'intersection de (C) avec la droite $(D): y = x$

b) Tracer alors dans le même repère (C) et (D)

Exercice 2

Soit f la fonction numérique définie par $f(x) = (x-2)\sqrt{x+1}$

On note (C) sa courbe représentative dans le repère orthonormé $R(O,\vec{i},\vec{j})$

1°) Etudier les variations de f

2°) a) Etudier la dérivabilité de f au point d'abscisse -1

b) Donner alors l'équation de (T), tangente ou demi-tangente à (C) au point d'abscisse -1

3°) Montrer que (C) admet une branche parabolique de direction asymptotique suivant l'axe $(y'Oy)$ en $+\infty$

4°) Faire la représentation graphique de f

Exercice 3

Soit f la fonction numérique définie par $f(x) = \dfrac{x-1}{\sqrt{x}}$

On note (C) sa courber représentative dans le repère orthonormé $R(O,\vec{i},\vec{j})$

1°) a) Préciser l'ensemble de définition Df de f

b) Calculer les limites de $f(x)$ aux bornes de Df

2°) a) Exprimer le plus simplement possible $f'(x)$ puis étudier son signe

b) Dresser alors le tableau des variations de f

3°) Donner l'équation de (T), tangente à (C) au point d'intersection de C avec l'axe (x'Ox)

4°) a) Montrer que (C) admet une branche parabolique de direction asymptotique suivant l'axe $(x'Ox)$ en $+\infty$

b) (C) admet-elle une asymptote ? Laquelle ?

5°) Faire la représentation graphique de f

Exercice 5

Soit f la fonction numérique définie par $f(x) = x\sqrt{3-x}$

On note (C) sa courber représentative dans le repère orthonormé $R(O,\vec{i},\vec{j})$

1°) Etudier la dérivabilité de f à gauche de 3. Que dire de la tangente à (C) au point d'abscisse 3 ?

2°) Etudier les variations de f

3°) Faire l'étude des branches infinies de (C)

4°) Faire la représentation graphique de f

Exercice 6

Soit f la fonction numérique définie par $f(x) = \dfrac{x+2}{\sqrt{x+1}}$

On note (C) sa courber représentative dans le repère orthonormé $R(O,\vec{i},\vec{j})$.

1°) a) Préciser l'ensemble de définition Df de f.

b) Calculer les limites de $f(x)$ aux bornes de Df.

2°) a) Exprimer le plus simplement possible $f'(x)$ puis étudier son signe.

b) Dresser alors le tableau des variations de f.

3°) Faire l'étude des branches infinies de (C).

4°) Faire la représentation graphique de f.

Exercice 7

Soit f la fonction numérique définie par $f(x) = 2\dfrac{x+1}{x+2}\sqrt{x+3}$

On note (C) sa courber représentative dans le repère orthonormé $R(O,\vec{i},\vec{j})$.

1°) a) Préciser l'ensemble de définition Df de f.

b) Calculer les limites de $f(x)$ aux bornes de Df.

2°) Etudier la dérivabilité de f à droite de -3 puis donne l'équation de (T), demi-tangente à droite de (C) au point d'abscisse -3.

3°) a) Exprimer le plus simplement possible $f'(x)$ puis étudier son signe.

b) Dresser alors le tableau des variations de f.

4°) a) Trouver A, point d'intersection de (C) avec l'axe $(x'Ox)$.

b) Donner l'équation de (T_A), tangente à (C) en A.

5°) Faire l'étude des branches infinies de (C).

6°) a) Préciser le point d'intersection de (C) avec l'axe $(y'Oy)$.

b) Faire la représentation graphique de f.