VECTEUR DU PLAN : Opérations sur les vecteurs

1. Addition de deux vecteurs

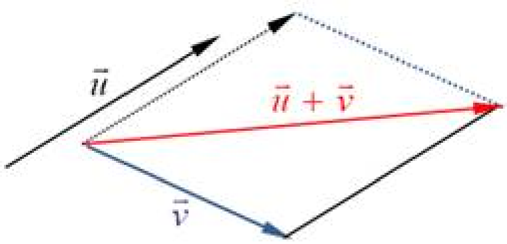
1.1 Addition

1.1.1 La règle du parallélogramme

Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs.

On amène les origines des deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ en un même point (par exemple l'origine de $\vec{u}$).

On trace un **parallélogramme** dont les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux côtés. La somme $\vec{u} + \vec{v}$ est alors la diagonale du parallélogramme partant de l'origine.

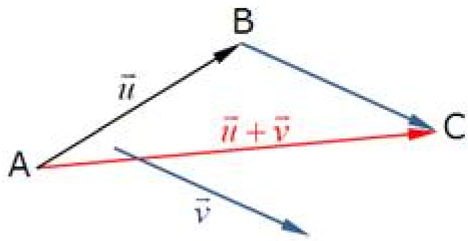


1.1.2 Méthode du triangle ou de Chasles

On trace le représentant de $\vec{v}$ partant de l'extrémité de $\vec{u}$. On joint l'origine de $\vec{u}$ avec l'extrémité du représentant de $\vec{v}$ que l'on vient de tracer. On obtient alors un représentant de $\vec{u} + \vec{v}$

ou encore, avec la relation de Chasles en partant de l'origine A de $\vec{v}$ on a :

$\vec{u} + \vec{v} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$



Exercice : (AB) est une droite , C et D sont des points sur la droite (voir figure)

Placer les points C et E tel que $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$

2. Multiplication d'un vecteur par un réel

2.1 Définition

Soit $\vec{u}$ un vecteur non nul et k un réel non nul. Le produit du vecteur $\vec{u}$ par le réel k est le vecteur $\vec{w}$ noté $k\vec{u}$ qui a même direction que $\vec{u}$, même sens que $\vec{u}$ si k > 0 et de sens contraire si k < 0 ; et admet pour norme |k| || $\vec{u}$ ||.

2.2 Propriétés

- $k\vec{u} = \vec{O}$ si et seulement si, k = 0 ou $\vec{u} = \vec{O}$
- k($\vec{u} + \vec{v}$) = $k\vec{u} + k\vec{v}$
- $(k+k')\vec{u} = k\vec{u} + k'\vec{u}$

Exercice : Exprimer simplement le vecteur $\vec{w}$ en fonction des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sachant que :

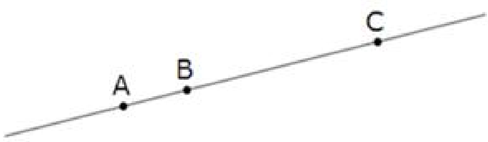
$\vec{w}$ = 2($3\vec{u}$ - $2\vec{v}$) + $\frac{1}{2}(-2\vec{u}+4\vec{v})$

2.3 Vecteurs colinéaires

On dit que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires s'il existe un nombre réel k tel que $\vec{u} = k\vec{v}$ ou bien $\vec{v} = k\vec{u}$

Exercice : Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs du plan vérifiant $2\vec{u} + 4\vec{v} = \vec{O}$ Montrer que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

Les points A, B, C sont alignés si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.



Les droites (AB) et (CD) sont parallèles si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

2.4 Vecteurs et homothéties

L'homothétie h de centre Ω et de rapport k transforme un point M en un point M' tel que :

$$\overrightarrow{\Omega M'} = k\overrightarrow{\Omega M}$$