Fonctions numériques : Généralités

1. Notations et vocabulaires :

1.1 Fonctions :

Lorsque, à chaque réel x d'une partie E_f de $\mathbb{R}$ on associe un seul réel de $\mathbb{R}$, on définit une fonction f de E_f vers $\mathbb{R}$. On note y = f(x) et on dit que y est l'image de x par f et que x l'antécédent de y par f.

Exemples :

- Soit $f(x) = -3x^2 - 5x+1$, alors $f(-2) = -3(-2)^2 – 5(-2) + 1 = -1$.

  Pour trouver l'antécédent de 1, on résout l'équation f(x) = 1, c'est-à-dire $-3x^2 - 5x+1 = 1$, ou encore $x(-3x-5) = 0$. On trouve deux valeurs de x : 0 et $\frac{-5}{3}$

- La fonction f est donnée par la formule : $f(x) = x^2 – 2$ .Calculer les images des entiers de - 2 à 3 et compléter le tableau suivant :

x	-2	-1	0	1	2	3
f(x)						

1.2 Ensemble de définition :

Soit f la fonction qui a pour expression $f(x) = \frac{x-2}{x}$. On ne peut calculer la valeur de f(x) que pour les réels non nuls. L'ensemble de définition de f est alors : $E_f = \mathbb{R} - \{0\}$

1.2.1 Définition

L'ensemble de définition d'une fonction f est la partie de $\mathbb{R}$ dans laquelle l'expression de f a un sens

1.2.2 Remarques :

- Les fonctions étudiées en classe de seconde seront définies sur un intervalle ou une réunion d'intervalles.
- Dire qu'une fonction est définie sur un intervalle I signifie que l'ensemble de définition est I.

2. Recherche de l'ensemble de définition :

2.1 Quelques règles :

➔ Pour les fonctions polynômes l'ensemble de définition est l'ensemble de départ.

➔ Pour les fonction rationnelles, l'ensemble de définition est l'ensemble de départ sans les nombres qui annulent le dénominateur

➔ Pour les fonctions avec racine, l'ensemble de définition est l'ensemble de départ sans les nombres qui rendent négatifs l'expression sous le radical.

2.2 Exemples :

Soient f, g, h trois fonctions qui ont pour expression :

f(x) = x^3-1, g(x) = $\frac{x-1}{x+2}$, h(x) = $\sqrt{x+2}$.

Déterminer les ensembles de définitions de ces fonctions.

- f(x) = x^3 – 1. C'est une fonction polynôme donc E_f est l'ensemble de départ. $E_f=\mathbb{R}$
- g(x) = $\frac{x-1}{x+2}$.

  E_g = { $x\in\mathbb{R}$ / x + 2 ≠ 0}.

  Or x+2 = 0 si x = - 2, donc $E_g=\mathbb{R}-\{-2\}=]-\infty,-2[\cup]-2;+\infty[$
- h(x) = $\sqrt{x+2}$

  E_h = { $x\in\mathbb{R}$ / x+2 ≥ 0 }, c'est-à-dire x ≥ -2.

  Donc E_h = [-2 ; +∞ [

3. Parité d'une fonction:

3.1 Définition :

On considère une fonction f définie sur une partie D de $\mathbb{R}$ qui est symétrique par rapport à 0

(symétrique par rapport à 0 signifie que si $x\in D$, $-x\in D$)

- f est une fonction paire si pour tout $x\in D$: f(-x) = f(x).
- f est une fonction impaire si pour tout $x\in D$: f(-x) = − f(x).

3.2 Exemples :

Étudions la parité de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par f(x) = $\frac{x}{x^2+1}$

- Cette fonction est définie sur $\mathbb{R}$ qui est symétrique par rapport à 0

f(-x) = $\frac{-x}{(-x)^2+1}$ = $\frac{-x}{x^2+1}$ = - f(x). La fonction f est donc impaire.

- Soit f(x) = $\frac{1}{x^2-1}$. Cette fonction est définie sur $\mathbb{R}$ - {-1 ; 1} qui est symétrique par rapport à 0.

De plus , f(-x) = f(x) , cette fonction est paire.