

Fonctions numériques : séquence 2

1. Variations d'une fonction:

1.1 Fonction croissante, fonction décroissante :

Une fonction f est croissante sur l'intervalle I si elle conserve l'ordre : quand x augmente dans I , l'image $f(x)$ augmente, c'est-à-dire :

$$\forall x_1 \in I, \forall x_2 \in I, x_1 \leq x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$$

Une fonction f est décroissante sur l'intervalle I si elle change l'ordre : quand x augmente dans I , l'image $f(x)$, c'est-à-dire :

$$\forall x_1 \in I, \forall x_2 \in I, x_1 \leq x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$$

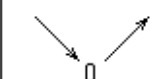
Exemples :

- Soit $f(x) = 3x+2$, pour deux réels x_1 et x_2 si $x_1 \leq x_2$ alors, $3x_1 \leq 3x_2$, ou encore $3x_1 + 2 \leq 3x_2 + 2$; c'est-à-dire que si $x_1 \leq x_2$ alors, $f(x_1) \leq f(x_2)$. La fonction f est croissante sur \mathbb{R}
- Soit $f(x) = -x+1$, pour deux réels x_1 et x_2 si $x_1 \leq x_2$ alors, $-x_1 \geq -x_2$, ou encore $-x_1 + 1 \geq -x_2 + 1$; c'est-à-dire que si $x_1 \leq x_2$ alors, $f(x_1) \geq f(x_2)$. La fonction f est décroissante sur \mathbb{R}

1.2 Remarque

On peut résumer les variations d'une fonction dans un tableau appelé tableau de variations.

Ainsi , le tableau de variation de f définie sur $[-1;3]$ par $f(x) = |x|$ est :

x	-1	0	3
$f(x)$			

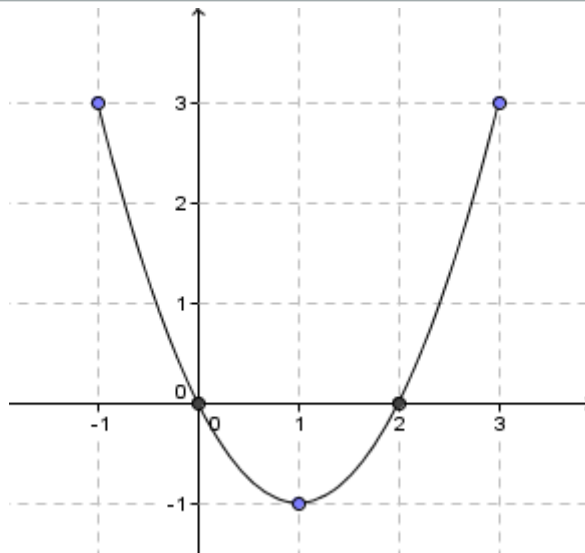
2. Courbe représentative :

La courbe représentative de la fonction f est l'ensemble des points $M(x ; f(x))$ quand x décrit E_f .

$$(C) = \{ M(x ; f(x) / x \in E_f \}$$

Exemple : soit f la fonction définie sur $[-1, 3]$ par $f(x) = x^2-2x$. En utilisant le tableau de valeurs suivant, on peut tracer sa courbe:

x	-1	0	1	2	3
$f(x)$	3	0	-1	0	3



3. Extremum local :

Dans un intervalle I , le maximum local est le point le plus haut de la courbe

Si a est l'ordonnée de ce point, $\forall x \in I, f(x) \leq a$

Dans un intervalle I , le minimum local est le point le plus bas de la courbe

Si b est l'ordonnée de ce point, $\forall x \in I, f(x) \geq b$

Exemple : La fonction f est définie par $f(x) = 1 + 2x - x^2$. Compléter le tableau suivant:

x	-1	0	1	2	3
$f(x)$					

- Quel est l'image la plus grande?
- Peut-on dire que c'est le maximum de f sur $[-1 ; 3]$?