

ÉQUATIONS – INÉQUATIONS – SYSTÈMES

Site MathsTICE de Adama Traoré Lycée Technique Bamako

EXERCICE 1 :

Résolvez les équations suivantes

1) $x^2 + 4x - 5 = 0$; 2) $x^2 + x + \frac{1}{4} = 0$; 3) $x^2 - 2\sqrt{2}x + 3 = 0$

4) $13x^2 - 7x - 20 = 0$; 5) $(x^2 - 5x + 4)(x^2 - 4x + 3) = 0$; $x^2 - 7x + 12 = 0$

6) $\frac{x^2 - x - 1}{x + 2} = 2x + 3$; 7) $(2x + 3)(4x - 1) = 20x + 9$; 8) $x + 1 = \frac{1}{x}$;

9) $\frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+2} = \frac{6}{5}$; 10) $\frac{1}{2}x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{6} = 0$; 11) $\frac{x^2 + x + 1}{x^2 + 1} = \frac{x + 5}{x + 3}$;

12) $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$; 13) $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$; 14) $3x^4 - 8x^2 - 3 = 0$;

15) $(x^2 - 9)^2 - 4(x^2 - 9) + 3 = 0$; 16) $(x + 5)^4 - 6(x + 5)^2 - 7 = 0$;

17) $\left(\frac{3-4x}{5}\right)^2 - 2(3-4x) + 25 = 0$; 18) $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - \frac{7}{2}\left(x + \frac{1}{x}\right) = 2$;

19) $x^2 + 2 + \frac{8}{x^2 + 2} = 6$; 20) $3\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 7\left(x + \frac{1}{x}\right) = 0$;

21) $\frac{1}{x^2 - 3x + 3} + \frac{2}{x^2 - 3x + 4} = \frac{6}{x^2 - 3x + 5}$; 22) $\frac{3x - 4}{x - 2} - \frac{6(x - 2)}{3x + 4} = 1$;

23) $(x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4) = 120$; 24) $(x^2 - 5x + 6)^2 - (2x^2 - 5x + 1)^2 = 0$;

25) $\frac{3x^2 - 9x}{2} - \frac{12}{x^2 - 3x} = 3$; 26) $\frac{4}{x^2} + \frac{x^2}{9} + 4\left(\frac{x}{3} - \frac{2}{x}\right) + \frac{8}{3} = 0$

EXERCICE 2 :

Adama dépense le quart de son salaire à la nourriture, le tiers de son salaire à la location et lui reste la somme de 50 000 Francs. Quel est le montant du salaire d'Adama ?

EXERCICE 3 :

1) Développer : $(x - y)(x^2 + xy + y^2)$

2) Trouver deux nombres x et y sachant que leur différence est égale à 65 et la différence de leurs cubes est égale à 647855.

3) Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

a) $(x^2 + x)^2 + 2(x^2 + x)^2 - 8 = 0$; b) $\left(\frac{x+1}{x-2}\right)^2 - 5\left(\frac{x+1}{x-2}\right)^2 + 6 = 0$;

EXERCICE 4 :

Résolvez les inéquations suivantes

a) $-5x^2 + 3x - 2 > 0$; b) $x^2 - 2\sqrt{2}x + 3 \leq 0$; c) $\frac{x^2 - x - 4}{2x^2 - x - 3} > 2$

d) $\frac{2x - 8}{x^2 + 5x - 6} \leq \frac{1}{x + 2}$; e) $\frac{2x - 3}{x^2 - 3x - 10} \leq 0$; f) $\frac{x + 1}{x} - \frac{2}{x + 1} \geq \frac{8}{x^2 + x}$

g) $(x^2 + 3x + 5)^2 > 16$; h) $(3x + 2)^2 \leq (x^2 + 6x + 2)^2$;

i) $(x - 5)(x^2 - 12x + 24) \geq 0$; j) $3x + \frac{1}{2x} \leq \frac{5}{2}$; k) $\frac{1}{x - 2} + \frac{1}{x + 2} \geq \frac{6}{5}$

EXERCICE 5 :

Résoudre dans \mathbb{R} les équations et inéquations irrationnelles

1) $\sqrt{3x + 1} = 4 - x$; 2) $x - \sqrt{2x + 1} = 7$; 3) $1 + \sqrt{3x^2 - 2x - 1} = x$

4) $\sqrt{-x^2 + 4x + 5} = x - 6$; 5) $\sqrt{x^2 + 1} - 2x + 1 = 0$; 6) $\sqrt{x^4 - 12x^2 + 36} = x$

7) $\sqrt{x - 3} + \sqrt{x - 8} = 5$; 8) $3 - \sqrt{x + 1} = \sqrt{x - 2}$; 9) $\sqrt{2x + \sqrt{6x^2 + 1}} = x + 1$

10) $\sqrt{\sqrt{x + 16} - \sqrt{x}} = 2$; 11) $x^2 - 6x - \sqrt{x^2 - 6x - 3} = 5$; 12) $\sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{x^2 - 8} = 1$

13) $\sqrt{x - 3} + 1 > 0$; 14) $\sqrt{x^2 + 11} < 2x - 4$; 15) $x - 5 \leq \sqrt{x - 2}$

16) $\sqrt{-x^2 + 7x} \geq \sqrt{x^2 - 3x + 2}$; 17) $\sqrt{(x + 1)^2 + 3} - 3x > 2$

EXERCICE 6 :

Résoudre dans \mathbb{R} les équations et inéquations suivantes :

1) $|x - 2| < 3$; $|4x - 1| \geq 5$

2) $|6x^2 + 4x - 9| = 1$; $|-3x^2 + x - 7| \leq 9 - 2x$

3) $|x^2 - 2x - 15| = 33$; $|2 - x| + x = 4$

4) $|3 - x| - 2|x + 1| \leq 7x - 3$; $|5 - 3x| + 2|3x + 7| \geq 20$

5) $|2x - 5| - 3|x - 8| + |4 - x| = 15$; $|2x - 5| - 3|x - 8| + |4 - x| \geq 3x + 5$.

EXERCICE 7 :

Résoudre dans \mathbb{R}^2 les systèmes suivants

1°) Utilisez la méthode du déterminant pour résoudre

a) $\begin{cases} 5x + 4y = -9 \\ x + 3y = 7 \end{cases}$; b) $\begin{cases} x + 4y = 10 \\ -3x + 5y = 4 \end{cases}$; c) $\begin{cases} 3x + y = 2 \\ 6x + 2y = 8 \end{cases}$; d) $\begin{cases} -x + 2y = 1 \\ 3x - 6y = -3 \end{cases}$

2°) Utilisez la méthode voulue pour résoudre

a) $\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 7x + 2y = 9 \end{cases}$; b) $\begin{cases} x + y = 10 \\ -x + 2y = -1 \end{cases}$; c) $\begin{cases} 3x + y = 20 \\ x + 2y = 15 \end{cases}$; d) $\begin{cases} -x + 2y = 4 \\ 5x - y = 7 \end{cases}$

EXERCICE 8 :

Pour cinq melons et deux oranges, Abdoul a payé 760Fr. Alima a acheté trois melons et une orange et elle a payé 440Fr. Quel est le prix d'un melon ? quel est le prix d'une orange ?

EXERCICE 9 : « l'âne et le cheval »

Un âne et un cheval chargés de sacs également pesants font chemin ensemble. L'âne se plaignant de sa charge, le cheval lui : « De quoi te plains-tu ! Si je prenais un de tes sacs, je serais chargé deux fois autant que toi, et si tu me prenais un des miens, je serais encore aussi chargé que toi ».

Combien de sacs porte chaque animal ?

EXERCICE 10 : « la traversée du désert »

Deux automobiles de même modèle traversent ensemble le désert. Avant la dernière étape, les deux chauffeurs décident de répartir la réserve de carburant afin que les deux réservoirs contiennent la même quantité.

Il reste 40 litres dans la réserve, 9 litres dans l'un des réservoirs et 17 litres dans l'autre. Comment faut-il répartir les 40 litres de réserve ?

EXERCICE 11 : « les âges de Ali et Boubacar »

Ali s'adresse à Boubacar en ces termes « j'ai trois fois l'âge que vous aviez quand j'avais l'âge que vous avez. Quand vous aurez l'âge que j'ai la somme de nos âges sera 98 ans ». Déterminer l'âge de chacune de ces deux personnes.

EXERCICE 12 :

1) Résoudre dans \mathbb{R}^3 les systèmes suivants

$$\begin{array}{l} \text{a) } \begin{cases} x + 2y - z = 8 \\ 2x + y + 2z = -2 \\ x + y + 3z = -6 \end{cases} ; \quad \text{b) } \begin{cases} 2x - y + z = 10 \\ x + 3y - 4z = 0 \\ x + y + z = 15 \end{cases} ; \quad \text{c) } \begin{cases} x + 2y + z = 8 \\ x - y - z = -4 \\ x + 4y - 5z = -6 \end{cases} \\ \text{d) } \begin{cases} x + y = 5 \\ 2x^2 + 3xy - y - 7x = 13 \end{cases} ; \quad \text{e) } \begin{cases} x^2 + y^2 = 13 \\ xy = -6 \end{cases} ; \quad \text{f) } \begin{cases} \frac{x}{5} = \frac{y}{7} = \frac{z}{13} \\ x + 2y + 3z = 174 \end{cases} \end{array}$$

2) Utiliser une transformation d'écriture ou un changement de variable pour résoudre les systèmes suivants :

$$\begin{array}{l} \text{a) } \begin{cases} x^3 + y^3 = 152 \\ x^2y - xy + y^2 = 19 \end{cases} ; \quad \text{b) } -1 \leq \frac{2x-5}{x+1} \leq 1 ; \quad \text{c) } \begin{cases} x + y = \frac{9}{2} \\ xy = 5 \end{cases} \\ \text{d) } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 5 \\ xy = \frac{1}{6} \end{cases} ; \quad \text{e) } \begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{5}{2y} = \frac{15}{4} \\ \frac{9}{5x} - \frac{4}{y} = -5 \end{cases} ; \quad \text{f) } \begin{cases} \frac{14}{x-1} - \frac{1}{y-5} = 2 \\ \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y-5} = 2 \end{cases} \end{array}$$

EXERCICE 13 :

Résoudre et discuter selon les valeurs de m les systèmes

$$\begin{array}{l} \text{1) } \begin{cases} (1 - \sqrt{2})x + my = 1 - \sqrt{2} \\ -mx + (1 + \sqrt{2})y = 1 + \sqrt{2} \end{cases} ; \quad \text{2) } \begin{cases} mx - y = 2 - m \\ 3x + y = -5 \end{cases} ; \\ \text{3) } \begin{cases} mx - 3y = 5 \\ 3x + my = -1 \end{cases} ; \quad \text{4) } \begin{cases} mx + 4y = 3m - 2 \\ x + my = m^2 - 2 \end{cases} ; \\ \text{5) } \begin{cases} (m-1)x + (3m-2)y = 2 \\ (2m-1)x - 2y = m+2 \end{cases} ; \quad \text{8) } \begin{cases} (2m+3)x - y = m+2 \\ x - (2m+3)y = 2m+4 \end{cases} ; \\ \text{6) } \begin{cases} (2-m)x - 3y = 1-m \\ (m+4)x + (m-6)y = 2 \end{cases} ; \quad \text{7) } \begin{cases} (m-1)x + (m+1)y = m-5 \\ 2(m-3)x + (m+3)y = 2m-9 \end{cases} ; \end{array}$$