Exercices sur l'oscillation électrique forcé en régime sinusoïdal

1. Exercice résolu

On associe en série un condensateur de capacité C, une bobine B d'inductance L et un résistor de résistance R_o = 81,5 Ω. L'ensemble est alimenté par un générateur de basses fréquences (GBF) délivrant à ses bornes une tension alternative sinusoïdale u(t) de valeur maximale U_m = 6 V et de fréquence N réglable (Fig.1) .

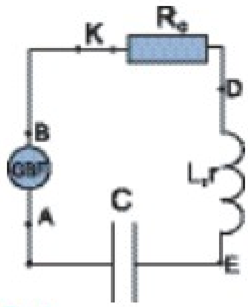

Fig.1

1°) a) Préciser parmi les points A et B du circuit celui auquel on doit relier la masse du GBF afin de visualiser simultanément la tension d'alimentation u(t) et la tension uRo aux bornes du résistor, sur l'écran d'un oscilloscope bicourbe.

b) Reproduire le schéma de la figure 1 en y indiquant les branchement effectués à l'oscilloscope.

2°) Pour une valeur N1 de la fréquence N du GBF, on obtient les oscillogrammes (1) et (2) de la figure 2 avec les réglages suivants :

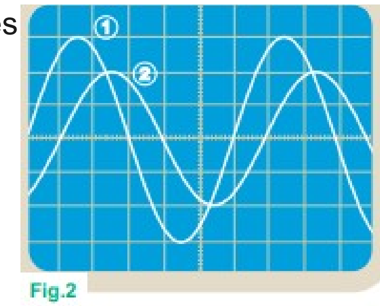

Fig.2

- base de temps : 0,5 ms/div ;
- voie utilisée pour visualiser u(t) : 2 V/div ;
- voie utilisée pour visualiser uRo(t) : 1 V/div

a) Identifier parmi les oscillogrammes (1) et (2) celui représentant u(t).

b) Déterminer graphiquement la fréquence N_1 et la valeur maximale Im de l'intensité i(t) du courant électrique oscillant dans le circuit RLC série.

c) Calculer l'impédance Z du circuit RLC série.

d) - Déterminer graphiquement le déphasage entre i(t) et u(t).

- En déduire que la bobine a une résistance interne non nulle que l'on calculera.

3) Pour étudier le comportement de l'oscillateur à une autre fréquence N_2 du GBF, on visualise simultanément avec u(t), la tension u_C(t) aux bornes du condensateur.

a) Préciser le point du circuit auquel on doit relier la masse du GBF à cette fin.

b) Reproduire de nouveau le schéma de la figure 1 tout en y indiquant les nouveaux branchements effectués à l'oscilloscope.

c) En fermant le circuit, on obtient les oscillogrammes de la figure 3 avec une sensibilité horizontale de 1 ms/div et une même sensibilité de 2 V/div pour le deux voies Y_1 et Y_2. Identifier l'oscillogramme représentant u_C(t) .

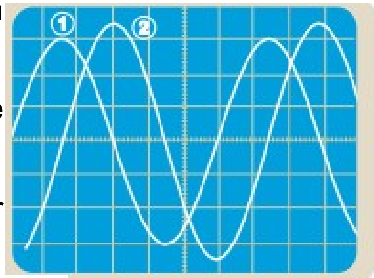

Fig.3

d) Déterminer graphiquement la fréquence de uC(t) ainsi que son déphasage par rapport à u(t).

e) Montrer que l'oscillateur RLC série est en résonance d'intensité.

f) Calculer le facteur de surtension et préciser si sa valeur présente un danger tout en justifiant la réponse.

g) Calculer C et L

Solution

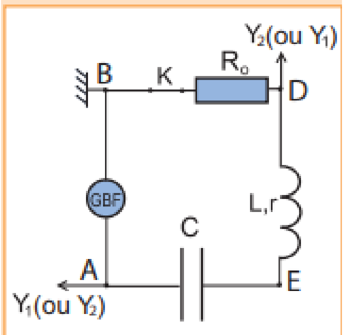

Fig.4

1°a) Afin de visualiser simultanément u(t) et u_{R0}(t), il faut que la masse du GBF soit du côté du résistor de résistance R_0 . Il faut alors la relier au point B.

b) Comme sur le schéma de la figure 4, le point A est à relier à l'entrée Y_1 (ou Y_2) afin de visualiser u(t) tandis que le point D est à relier à l'entrée Y_2 (ou Y_1) pour visualiser u_{Ro} (t).

2°a) Um = 6 V et la voie utilisée pour visualiser u(t) est de 2 V/div. Donc, l'oscillogramme (1) dont les crêtes sont distantes de 6 div est celui qui représente u(t).

b) u_{Ro} (t) = R .i(t) : étant proportionnelles l'une à l'autre, i(t) et u (Ro t) évoluent au cours du temps avec la même fréquence. Du fait que le décalage horaire entre les oscillogrammes (1) et (2) de la figure 2 est constant, on affirme que u_{Ro}(t) évolue avec la même fréquence N_1 de u(t)

$N_1 = \frac{1}{T_1}$ Or, T_1 s'étale sur 6 divisions . et la sensibilité horizontale utilisée est de 0,5 ms/div.

Donc, T_1 = 3 ms, ce qui signifie : N_1 = 333 Hz

On a : u_{Ro} (t) = Ro .i(t) . ce qui signifie : $i(t) = \frac{u_{R_0}}{R_0}$ D'autre part, en s'appuyant sur la forme sinusoïdale de l'oscillogramme (2) de la figure 2, on écrit : u_{R0} (t) = $U_{R0m}\sin(2\pi N_1 t + \varphi)$, où φ est sa phase initiale. Donc i(t) = $I_m \sin(\omega t + \varphi)$ avec $I_m = \frac{U_{R_{0m}}}{R_0}$

2div → U_{Rom} et 1div → 1V. Donc U_{Rom} = 2V avec R_0 = 81,5Ω

c) L' impédance Z du circuit RLC série s'écrit : $Z = \frac{U_m}{I_m}$

AN : Um = 6V et Im = 24,5mA Z = 245Ω.

d) Soit $\Delta\varphi = \varphi_i - \varphi_u$ déphasage entre i(t) et u(t) de phases initiales φ_i et φ_u. φ_i étant égale à la phase initiale φ de u_{Ro} (t), déterminer Δφ revient à déterminer graphiquement le décalage horaire Δt entre les oscillogrammes (2) et (1) de la figure 2 représentant respectivement u_{R0} (t) et u(t)

$|\Delta\varphi| \rightarrow \Delta t = \frac{T}{6}$ et $\pi\, rad \rightarrow \frac{T}{2}$ donc $|\Delta\varphi| = \frac{\pi}{3} rad$

Les maximums de u_{Ro} (t) sont atteints à Δt après ceux de u(t). Donc, u_{Ro} (t) est en retard de phase par rapport à u(t), ce qui signifie : $\Delta\varphi < 0$ par suite, on a $\Delta\varphi = \frac{-\pi}{3} rad$

On sait que $\cos\varphi = \frac{R}{Z}$ ceci équivaut à R = Zcosφ avec Z = 245Ω et $\cos\varphi = \frac{1}{2}$ car $\varphi = \frac{-\pi}{3}$ on a, R = 122,5Ω . Or Ro = 81,5Ω donc R > Ro. Il en découle que la bobine a une résistance non nulle r = R – Ro AN : r = 41Ω

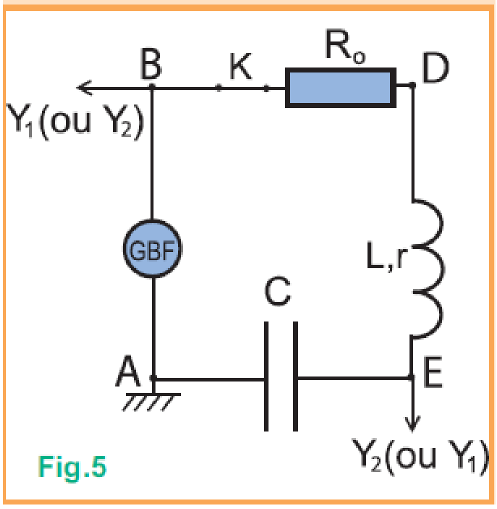

Fig.5

3°a) Pour visualiser simultanément la tension d'alimentation u(t) et la tension u_C (t) aux bornes du condensateur, la masse du GBF doit être reliée au point A comme dans la figure 5.

b) Comme sur le schéma de la figure 5, le point B est à relier à l'entrée Y_1 (ou Y_2) afin de visualiser u(t) tandis que le point E est à relier à l'entrée Y_2 (ou Y_1) .pour visualiser u_C (t).

c) L'oscillogramme (1) étant le seul d'amplitude égale à 6 V, il représente u(t). Donc, c'est l'oscillogramme (2) qui représente u_C (t).

d) Du fait que le décalage horaire entre les oscillogrammes (1) et (2) de la figure 3 est constant, on affirme que u_C (t) évolue avec la même fréquence N_2 de u(t). En procédant comme on a fait pour répondre à la question 2.b, on obtient : N_2 = 167 Hz.

Les maximums de la tension u(t) sont atteints à $\frac{T}{4}$ avant ceux de u_C(t) , ce qui signifie que u_C(t) est en quadrature retard de phase par rapport à u(t) : $\varphi_{u_C} - \varphi_u = \frac{-\pi}{2} rad$

e) on a $i = \frac{dq}{dt}$ d'où $\varphi_i = \varphi_q + \frac{\pi}{2}$ d'autre part , $u_C = \frac{q}{C}$ il s;ensuit que $\varphi_{u_C} = \varphi_q$

donc $\varphi_i = \varphi_{u_C} + \frac{\pi}{2}$, or $\varphi_{u_C} - \varphi_u = \frac{-\pi}{2} rad$ donc $\varphi_u - (\varphi_i - \frac{\pi}{2}) = \frac{\pi}{2}$ d'où $\varphi_u - \varphi\, i = 0$

il s'agit alors d'une résonance d'intensité.

f) $Q = \frac{U_{Cm}}{U_m}$ En procédant comme on a fait . pour déterminer graphiquement la valeur de U_{Rom} dans la réponse à la question 2.c, on trouve : U_{Cm} = 7 V. On a ainsi : Q ≈ 1,17

Q étant très peu supérieur à l'unité du fait que U_{Cm} est très légèrement supérieure à U_m ,
on ne court aucun danger.

g) On est à la résonance d'intensité . Donc , $Q=\frac{1}{RC\omega_2}$ d'où $C=\frac{1}{RQ\omega_2}$

AN : Sachant que $\omega_2 = 2\pi N_2$ et avec N_2 = 167 Hz, on trouve : C = 6,68 ∝F.

D'autre part, la fréquence d'excitation est égale à la fréquence propre de l'oscillateur :

$N_2=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ d'où $L=\frac{1}{4\pi^2 N_2^2 C}$ AN : L = 137mH

2. Exercices d'application

Chaque exercice est indépendant.

A- Les émetteurs produisent des oscillations électriques forcées dans les circuits d'accord des récepteurs radio. La recherche des stations émettrices sur ces derniers est un exemple de résonance d'intensité. On désire capter une émission a la fréquence N = 16233 Hz. Quelle valeur doit-on donner a la capacité C du condensateur du circuit d'accord RLC série sachant que la bobine a une inductance L = 10^{-4} H ?.

B- On monte en série un condensateur de capacité C et une bobine d'inductance L et de résistance r aux bornes d'un générateur BF délivrant une tension sinusoïdale u(t) de pulsation ω variable: $u(t)=30\sqrt{2}\sin(\omega t)$

En fixant ω a 2000 rad.s^{-1}, les mesures fournissent : I = 600 mA, U_1 = 30 V et U_2 = 30 V.
I : Valeur efficace de l'intensité i du courant circulant dans le circuit.
U_1 : Valeur efficace de la tension u_1 aux bornes de la bobine.
U_2 : Valeur efficace de la tension u_2 aux bornes du condensateur.
L'intensité i est de la forme : $i = I_m\sin(\omega t+ \varphi)$.
1°) A l'aide de la construction de Fresnel, calculer φ, r, L et C.
2°) Comparer par le calcul de leur quotient, la pulsation d'alimentation ω et la pulsation propre ω_o de l'oscillateur RLC série et préciser tout en justifiant la réponse le sens dans lequel il faut faire varier ω pour avoir une résonance d'intensité.

C- Un circuit RLC série comprenant :
- Un condensateur de capacité C = 20 μF,
- un résistor de résistance R = 20 Ω,
- une bobine d'inductance L = 0,55 H et de résistance interne r = 12,5 Ω.

On applique aux bornes de ce circuit une tension sinusoïdale de fréquence variable :
$u(t)=100\sqrt{2}\sin(2\pi Nt)$ avec N = 48Hz.
1°) Donner, sans démonstration, l'expression de l'impédance Z en fonction de R, r, L et C. La calculer.
2°) Donner L'expression de l'intensité efficace I en fonction de Z.
3°) Le circuit est équivalent a un résistor de résistance (R + r).
a) Montrer que la valeur de N est égale a la fréquence propre No du circuit. La calculer.
b) Déterminer les valeurs de l'impédance Zo et de l'intensité Io obtenues pour N = No.

D- On considère un circuit comportant, en série, un résistor de résistance R, une bobine d'inductance L et un condensateur de capacité C. Ce circuit est alimente par un générateur BF délivrant une tension sinusoïdale de valeur efficace U et de pulsation ω réglable. Un ampèremètre de résistance négligeable permet de mesurer l'intensité efficace I du courant dans le circuit.

1°) Pour une pulsation ω donnée la construction de Fresnel pour exprimer l'impédance du circuit et le déphasage en fonction de ω, R, L et C.

2°) U étant constante, on fait varier ω et on relève l'intensité efficace I pour chaque valeur de ω.

a) Donner l'allure générale de la courbe représentant I = f(ω). Quel phénomène cette courbe met-elle en évidence ?

b) Soit ω_o la valeur de la pulsation pour laquelle le phénomène précédent se produit. La pulsation ω_o dépend-elle de R, L et C ?
Donner l'expression de ω_o en fonction de deux de ces trois grandeurs.

c) Que deviennent l'impédance Z et le déphasage pour $\omega = \omega_o$?

E- Un dipôle RLC série constitue d'une bobine B d'inductance L et de résistance r et d'un condensateur de capacité C = 0,5 µF, est alimente par un générateur délivrant une tension alternative sinusoïdale de fréquence N variable. La tension efficace U aux bornes du générateur est maintenue constante et egale a 2 V. Les valeurs de la fréquence No de résonance d'intensité et l'intensité efficace Io correspondante sont respectivement 2325 Hz et 130 mA.
Déterminer :

1°) les caractéristiques de la bobine inductive,

2°) le facteur de surtension et la puissance moyenne maximale consommée par le circuit RLC série.

F- On établit une tension alternative sinusoïdale de pulsation ω entre les bornes M et N d'une portion de circuit comprenant un condensateur de capacité C et une bobine d'inductance L et de résistance interne r. L'intensité efficace étant I = 0,20 A, la mesure des tensions efficaces fournit les résultats suivants : U_{MN} = 120 V, U_{MP} = 160 V et U_{PN} = 56 V.
(P : point de connexion de la bobine au condensateur).

1°) Calculer les impédances de la bobine et du condensateur ainsi que la résistance r de la bobine.

2°) Calculer le déphasage de la tension u_{MN} par rapport a l'intensité i du courant.

3°) Sachant qu'un courant de pulsation ωo = 250 rad.s-1 parcourant le circuit serait en phase avec la tension u_{MN}, déterminer :

a) les valeurs de l'inductance et de la capacité,

b) la pulsation ω et la fréquence N correspondante,

c) la puissance moyenne consommée dans le circuit.

4°) Montrer que l'intensité efficace du courant reprendra la valeur I = 0,20 A pour une deuxième pulsation ω' que l'on calculera.

5°) Comparer les puissances moyennes consommées dans le circuit aux pulsations ω, ω_o et ω'.

G- Un oscillateur RLC série comprenant un résistor de résistance R = 50 Ω, un condensateur de capacité C = 1 μF et une bobine d'inductance L réglable et de résistance négligeable est alimente par un générateur délivrant une tension sinusoïdale : $u(t)=10\sqrt{2}\sin(100\pi t)$

1°) Établir l'équation différentielle régissant les oscillations du courant circulant dans le circuit RLC sérié.

2°) Sachant qu'en régime permanent, l'intensité du courant s'écrit $i(t) = I_m \sin(100\pi t + \varphi)$:

a) déterminer la valeur L_o de l'inductance de la bobine donnant une résonance d'intensité,

b) montrer que si l'on ferme le circuit en maintenant L egale a L_o, il se produit un phénomène de surtension aux bornes du condensateur.

2°) Sachant que la valeur de la tension de rupture sérigraphie sur le boîtier du condensateur utilise est U_o = 100 V, déterminer la valeur de l'inductance L de la bobine a ne pas dépasser pour éviter tout risque de claquage du condensateur.

H- Un dipôle AB est constitue par l'association en série d'un résistor, d'un condensateur de capacité C et d'une bobine purement inductive d'inductance L.

On désigne par R la résistance totale du circuit. On applique aux bornes du dipôle AB une tension $u_{AB} = U_m \sin\omega t$ de valeur efficace U, constante mais de pulsation ω réglable. Un wattmètre mesure la puissance électrique moyenne P reçue par le dipôle.

1°) Démontrer que lorsque l'on règle $\omega = \omega_o$ pour obtenir les conditions de résonance d'intensité pour ce dipôle, on mesure une valeur maximale Po pour la puissance moyenne.

Exprimer Po en fonction de U et de R.

En déduire l'expression de l'énergie électrique Eo reçue par le dipôle pendant une période, en fonction de U,R et ω_o.

2°) Dans les conditions de résonance, exprimer en fonction du temps l'énergie totale E_t emmagasinée dans le dipôle, sous forme magnétique E_L dans la bobine et sous forme électrique EC dans le condensateur..

Montrer que Et reste constante. Dans ces conditions, exprimer cette énergie totale en fonction de L, U et R. Que devient donc a chaque instant l'énergie électrique reçue par le dipôle ?

3°) Exprimer le rapport $\frac{E_t}{E_0}$ en fonction du facteur de surtension Q du circuit.