# Théorème du centre d'inertie

Soit un système de $N$ points matériels ; le point $M_i$ de masse $m_i$ est animé d'une vitesse **dans un référentiel** $R$ **galiléen**. Nous pouvons appliquer le principe fondamental de la dynamique à chaque point $M_i$ du système.

Sont appliquées à chaque point $M_i$:

- d'une part les forces extérieures au système, (qui peuvent ne pas exister si s est un système isolé)
- d'autre part les forces intérieures d'interaction avec les autres points du système (qui existent par définition du système).

Dans le principe fondamental (qui s'applique seulement au point matériel), il faut tenir compte de toutes les forces appliquées au point matériel.

Pour le point $M_i$, il faut donc écrire: $m_i \gamma_i = \overrightarrow{F}_{iappl}$ où $\overrightarrow{F}_{iappl}$ est la résultante des forces extérieures et intérieures au système.

Nous pouvons sommer cette expression sur tous les points matériels du système:

$$\sum_{i=1}^{N} m_i \overrightarrow{\gamma_i} = \sum_{i=1}^{N} \overrightarrow{F}_{iappl}$$

Dans l'expression de $\overrightarrow{F}_{iappl}$ , nous pouvons séparer les forces extérieures et les forces intérieures :

$$\sum_{i=1}^{N} \overrightarrow{F}_{iappl} = \sum_{i=1}^{N} \overrightarrow{F}_{iint} + \sum_{i=1}^{N} \overrightarrow{F}_{iext}$$

Or, $\sum_{i=1}^{N} \overrightarrow{F}_{iint} = \overrightarrow{F}_{int} = \overrightarrow{0}$ d'après le principe d'égalité action-réaction.

Donc $\sum_{i=1}^{N} \overrightarrow{F}_{iext} = \overrightarrow{F}_{ext}$ et par suite: $\sum_{i=1}^{N} m_i \overrightarrow{\gamma_i} = \overrightarrow{F}_{ext}$

Sachant que $\sum_{i=1}^{N} m_i \overrightarrow{v}_i = m \overrightarrow{V}_G$

En dérivant par rapport au temps $\sum_{i=1}^{N} m_i \overrightarrow{\gamma}_i = m \overrightarrow{\gamma}_G$

Et donc: $m \overrightarrow{\gamma}_G = \overrightarrow{F}_{ext}$

### Théorème du centre d'inertie

**Dans un référentiel galiléen le mouvement du centre d'inertie $G$ d'un système est celui d'un point matériel $G$ où serait concentrée toute la masse du système et auquel serait appliquée la résultante des forces extérieures au système**

Parmi tous les référentiels il en existe donc un particulièrement intéressant : c'est celui dont l'origine est au centre de masse $G$ du système ($S$) ; en effet dans ce repère le point $G$ est fixe. Nous l'appellerons [$R_G$].

On choisit **les axes de [$R_G$] respectivement parallèles à ceux de [$R$].**

Remarque:

$R_G$ n'est pas nécessairement galiléen :

- si le système est isolé, sa quantité de mouvement dans **[$R$]** est constante, donc $\vec{v}_G$ est constante et [ $R_G$] est galiléen
- si le système n'est pas isolé , [ $R_G$] n'est pas galiléen.

On appelle **référentiel du centre de masse [ $R_G$] (ou référentiel d'inertie ou référentiel barycentrique**) d'un système matériel, un référentiel dont l'origine est au centre de masse du système matériel et dont les axes sont constamment parallèles aux axes respectifs d'un référentiel galiléen [$R$].