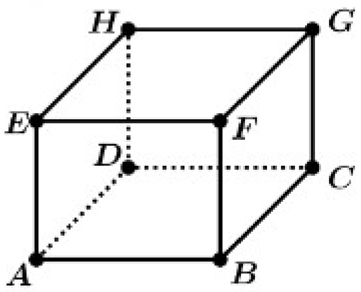
Géométrie de l'espace : Exercices

Exercice 1

ABCDEFGH est un cube d'arête 1 .



1) Calculer les produits scalaires suivants :

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AE}$; $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CG}$; $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{EG}$; $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{HF}$

2) Dans le repère orthonormé $(A;\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD};\overrightarrow{AE})$
on considère les points M(1;1;)(1;1;34), N(0;12;1)(0;12;1), P(1;0;−54)(1;0;−54).
Placer M, N et P sur la figure.

Exercice 2

L'espace est muni d'un repère $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ .On considère les points A(1;-1;2), B(3;3;8) et C(-3;5;4).

1) A, B et C sont-ils alignés? Justifier.

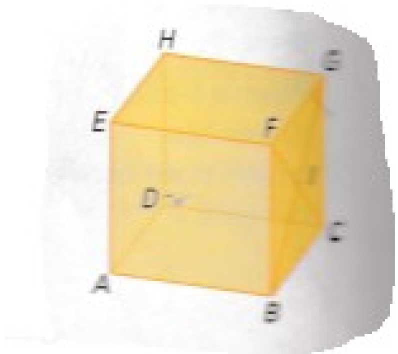
2) Calculer les composantes des vecteurs $\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC};\overrightarrow{BC}$

3) Calculer les coordonnées de I, J, K milieux respectifs de [AB] ; [AC];[BC].

4) On considère le point D(a, b, 9).Existe-t-il des nombres a et b tels que les droites (AC) et (BD) soient parallèles? Justifier.

Exercice 3

ABCDEFGH est un cube . I le milieu de la face BCGF.



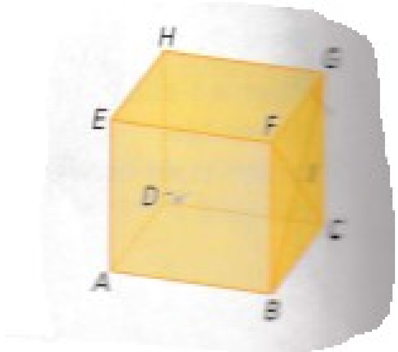
Dans chacun des cas , préciser si les droites sont :

Coplanaires; parallèles perpendiculaires ou sécantes ;

a- (EF) et (DC) ; b- (DH) et (CH) ; c- (EF) et (CG) ; d- (I) et (AG) ; e- (AH) et (FC) .

Exercice 4

ABCDEFGH est un cube . I le milieu de la face BCGF.



Dans chacun des cas préciser la position de la droite par rapport au plan :

1) La droite est parallèle au plan;

2) La droite est incluse dans le plan ;

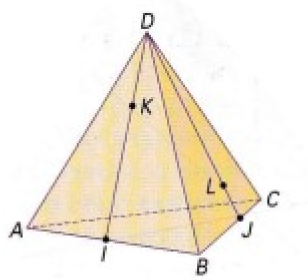
3) La droite et le plan sont sécants ;

4) La droite est perpendiculaire au plan.

a) (EH) et (BFG) ; b) (AH) et (BFG); c) (AG) et(.BDG); d) (AI) et (ABG) ; e) (IB) et (FCG) ; f) (DC) et (BCI).

Exercice 5

on considère un tétraèdre ABCD. Soit les points I, J, K, L appartenant respectivement aux segments [AB], (CD) ; (ID) et [DJ]. On supposera (IJ) et (KL) non parallèles.



1. Démontrer que les points I, J, K et L sont coplanaires.
2. Démontrer que les droites (IJ) et (KL) sont sécantes en un point M.
3. Démontrer que M appartient au plan (ABC).
4. Quel est le point d'intersection du plan (ABC) avec la droite (KL) ?

Exercice 6

ABCD est un tétraèdre ; E, F G sont trois points situés sur les arêtes [AC ; (BC) et [CD].

1. Construire l'intersection du plan (EFG) et de l'arête (BD).

2. Dessiner l'intersection des plans (ABD) et (EFG) en supposant que les points E, F et G ne sont pas des milieux d'arêtes.

Exercice 9

L'espace est muni d'un repère $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$. Dans chaque cas, déterminer un vecteur normal $\vec{n}$ au plan (P) et en déduire une équation de ce plan.

1) (P) passe par les points A(-2 ; 3 ; -5) ; B(1 ; 1 ;-1) ; C(-1;2 ; -2).

2) (P) passe par le point A(1 ; 3 ; -2) et dirigé par les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\4\\-3\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\-1\\2\end{pmatrix}$.

Exercice 10

L'espace est muni d'un repère $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

1) Soient (P) et (P’) les plans d’équations respectifs : 2x -3y +z -4 = 0 et x +2y -z + 1 = 0.

a) Déterminer un vecteur normal à chaque plan.

b) Montrer que (P) et (P’) sont sécants et déterminer un vecteur directeur de leur droite d’intersection.

2) Même question si (P) est le plan (ABC), et (P’) le plan (DEF) avec A(-4;3 ;-2) ; B(1 ;-1;1) ; C(-2;0;2) ; D(1 ;-2;3) ; E(-1 ;-1;0) ; F(4 ;-1 ; 4)