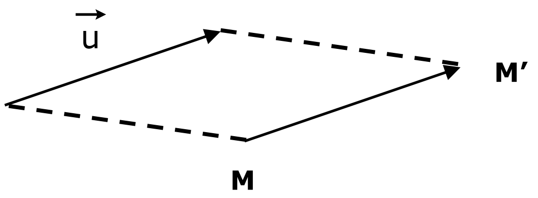
TRANSLATIONS

1. Définition

Soit $\vec{u}$ un vecteur du plan vectoriel V.

On appelle translation de vecteur $\vec{u}$ l'application $t_{\vec{u}}$ de P dans P, qui à tout point M fait correspondre le point M' défini par $\overrightarrow{MM'} = \vec{u}$.



2. Propriétés et théorèmes

Composée : $t_{\vec{u}_1} o t_{\vec{u}_2} = t_{\vec{u}_1+\vec{u}_2}$

$t_{\vec{0}} = Id$ (Id est l'application identique de P)

Réciproque : $(t_{\vec{u}})^{-1} = t_{-\vec{u}}$

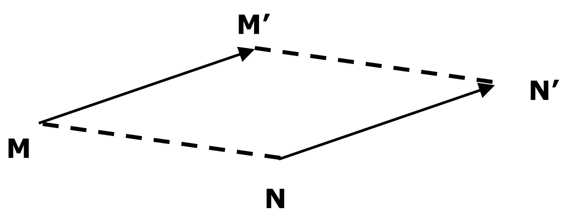
- *Caractérisation d'une translation*

Une translation t de P dans P transforme tout bipoint (M,N) est un bipoint (M',N') équipollent à (M,N).

On a : $\overrightarrow{MM'} = \vec{u}$ et $\overrightarrow{NN'} = \vec{u}$ alors $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{NN'}$

$\overrightarrow{MM'} + \overrightarrow{M'N} = \overrightarrow{M'N} + \overrightarrow{NN'}$

$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{M'N'}$



A et B étant deux points donnés du plan P, il existe une translation et une seule qui transforme A en B. C'est la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.

Pour toute translation autre que la translation de vecteur nul, il n'existe pas de point invariant.

- *Image d'un ensemble de points :*

L'image d'une droite D, par une translation, est une droite D' parallèle à D.
L'image d'un cercle de centre O et de rayon R par une translation est un cercle de rayon R et dont le centre est l'image de O par la translation.

3. Expression analytique

Soit la translation $t_{\vec{u}}$ de P dans P, qui au point M associe le point M'.

Soit $\vec{u} = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$ dans la base $(\vec{i}, \vec{j})$, l'expression analytique de $t_{\vec{u}}$ s'écrit :

$$\begin{cases} x' = x + \alpha \\ y' = y + \beta \end{cases}$$

4. Traduction complexe d'une translation

Le plan est rapporté à un repère orthonormé. t est la translation de vecteur $\vec{u}$ d'affixe z_0. Si M a pour affixe z, alors son image M' par t a pour affixe $z' = z + z_0$.

Donc la fonction F de C dans C associée à t est définie par : z □ z' = F(z) = z + z_0.

Exemple : Donner la fonction F de C dans C qui à l'affixe de M associe l'affixe de f (M)

- f est la translation de vecteur $\vec{i} - 2\vec{j}$
- f est la translation de vecteur $\vec{i}$.