CALCUL DANS IR : Séquence 2

1. Intervalles de IR

1.1 Comparaison de deux réels

On dit que $a<b$ ou $b>a$ si b – a >0

Exercice : Comparer les fractions $\frac{703}{4}$ et $\frac{1933}{11}$

1.1.1 inégalité et addition

- Pour trois réels a, b, c quelconques

si $a<b$ et , $b<c$ alors $a<c$

- Pour quatre réels a, b, c, d :

si $a<b$ alors $a+c<b+c$

Si $a<b$ et $c<d$, alors $a+c<b+d$

1.1.2 inégalité et multiplication

Soit a, b, c trois nombres réels :

Si on multiplie une inégalité par un nombre positif, l'inégalité ne change pas de sens

Si $a<b$ et c > 0 , alors $ac<bc$

Si on multiplie une inégalité par un nombre négatif, l'inégalité change de sens

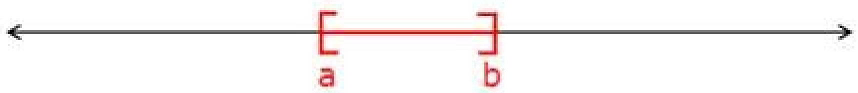
Si $a<b$ et c < 0 , alors $ac>bc$

1.2 Types d'intervalles

Soient a et b deux nombres réels tels que : $a\leq b$.

1.2.1 Intervalle fermé borné : [a ; b]

[a ; b] = { $x\in\mathbb{R}$ / $a\leq x\leq b$ }

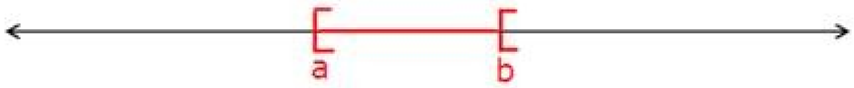


1.2.2 Intervalle ouvert borné] a; b [:

] a; b [= { $x\in\mathbb{R}$ / a < x <b }

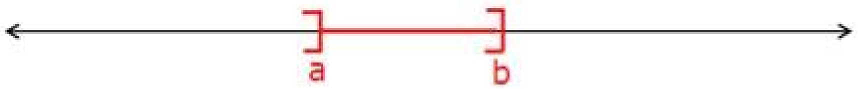
1.2.3 Intervalle borné semi fermé en a, semi ouvert en b : [a ; b [

[a ; b [= { $x \in \mathbb{R}$ / $a \leq x$ < b }



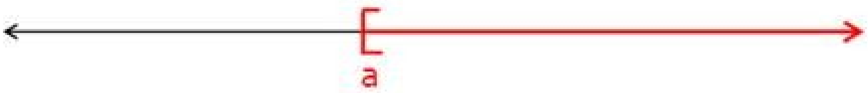
1.2.4 Intervalle borné semi ouvert en a, semi fermé en b :] a ; b]

] a ; b] = { $x \in \mathbb{R}$ / a < $x \leq b$ }



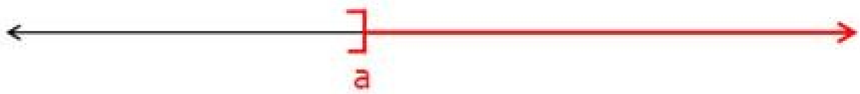
1.2.5 Intervalle non borné fermé à gauche : [a ; + ∞ [.

[a ; + ∞ [= { $x \in \mathbb{R}$ / $x \geq a$ }



1.2.6 Intervalle non borné ouvert à gauche :] a ; + ∞ [.

] a ; + ∞ [.= { $x \in \mathbb{R}$ / x > a }



1.2.7 Intervalle non borné fermé à droite :] - ∞ ; b]

] - ∞ ; b] = { $x \in \mathbb{R}$ / $x \leq b$ }

1.2.8 Intervalle non borné ouvert à droite :] - ∞ ; b [

] - ∞ ; b [= { $x \in \mathbb{R}$ / x > b }

IR est un intervalle non borné ouvert :

R =] - ∞ ;+ ∞ [

IR_+ = [0 ; + ∞ [

IR_- =] - ∞ ; 0]

2. Distance et valeur absolue

2.1 Distance

La distance entre deux réels x et y est la différence entre le plus grand et le plus petit nombre. Cette distance est notée |x – y| et se lit « valeur absolue de x – y ». On la note aussi d(x; y).

d(x; y) = |x – y|

Exemple : Dans la droite graduée de repère (O ; I), on donne les points A(3), B(-6), C(-4).

AB = 3 - (-6) = 9, AC = 7 et IA = 2

2.2 Valeur absolue

2.2.1 Définition

La valeur absolue d'un nombre réel x notée |x| est la distance par rapport à 0 de x.

|x| est le plus grand entre -x et x.

$$|x| = \begin{cases} -x \text{ si } x < 0 \\ x \text{ si } x \geq 0 \end{cases}$$

Exemple : |4| = 4 ; |-2| = 2 ; |1 - π | = π -1.

2.2.2 Propriétés

Pour tout réel x, pour tout réel y on a :

- $|x| \geq 0$ et |x| = 0 si et seulement si x = 0 .
- |xy| = |x||y|
- $\left|\frac{x}{y}\right| = \frac{|x|}{|y|}$
- |x| = a si et seulement si x = -a ou x = a
- |x| < a si et seulement si – a < x < a
- |x| ≤ a si et seulement si -a ≤ x ≤ a