

Corrigé exercice 1 Bacc OSE 2022

Exercice 1 (4 points)

On considère deux dés cubiques D et D'.

Le dé D est truqué, tel que si P_i est la probabilité d'apparition de la face i , $P_1=P_3=P_5$ et $P_2=P_4=P_6=2P_1$.

Le dé D' est normal avec les six faces numérotées 1, 1, 2, 2, 2, 4.

1) On lance une fois le dé D.

a) $P_1+P_2+P_3+P_4+P_5+P_6=1$ donc $P_1+2P_1+P_1+2P_1+P_1+2P_1=1$ donc $9.P_1=1$.

D'où $P_1=\frac{1}{9}$.

Ainsi $P_1=P_3=P_5=\frac{1}{9}$ et $P_2=P_4=P_6=\frac{2}{9}$.

b) Obtenir un nombre pair c'est obtenir les nombre 2, 4 ou 6, donc la probabilité d'obtenir un nombre pair

est $p=P_2+P_4+P_6=3.\frac{2}{9}=\frac{2}{3}$

2) On lance trois fois de suite et de manière indépendante le dé D. On note X la variable aléatoire égale au nombre d'apparition de la face numérotée pair.

a) Loi de probabilité de X

$$X(\Omega)=\{0;1;2;3\}$$

$$P(X=k)=C_3^k \left(\frac{2}{3}\right)^k \left(\frac{1}{3}\right)^{3-k}$$

k	0	1	2	3
p(X=k)	$\frac{1}{27}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{8}{27}$

b) Espérance mathématique de X : $E(X)=3.\frac{2}{3}$, donc $E(X)=2$

c) Probabilité $P(X \leq 2)$

$$P(X \leq 2) = 1 - P(X=3) = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^3$$

$$P(X \leq 2) = \frac{19}{27}$$

3) On lance simultanément les deux dés D et D', et on note les numéros apparus sur les faces supérieures.

A : « La somme des numéros obtenus est égale à 3 ».

Notons le résultat obtenu par le couple (a;b) où a est le numéro obtenu avec le dé D et b le numéro obtenu avec le dé D'.

Les résultats obtenus dans l'événement A est (1;2) et (2;1).

La probabilité d'avoir 1 avec le dé D est $P_1 = \frac{1}{9}$, la probabilité d'avoir 1 avec le dé D' est $P'_1 = \frac{1}{3}$,

La probabilité d'avoir 2 avec le dé D est $P_2 = \frac{2}{9}$ et avec le dé D' $P'_2 = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

$$\text{Ainsi } p(A) = \left(\frac{1}{9}\right)\left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{9}\right)$$

$$p(A) = \frac{7}{54}$$

B : « Le produit des nombres obtenus est impair »

Les résultats obtenus dans l'événement B sont (1;1) ; (3;1) ; (5;1).

La probabilité d'avoir 5 avec le dé D est $P_5 = \frac{1}{9}$

$$\text{Ainsi } p(B) = \left(\frac{1}{9}\right)\left(\frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{9}\right)\left(\frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{9}\right)\left(\frac{1}{3}\right)$$

$$P(B) = \frac{1}{9}$$

C : « Les numéros obtenus sont identiques »

Les résultats obtenus dans l'événement B sont (1;1) ; (2;2) ; (4;4).

La probabilité d'avoir 1 avec le dé D' est $P'_1 = \frac{1}{3}$,

La probabilité d'avoir 4 avec le dé D est $P_4 = \frac{2}{9}$

La probabilité d'avoir 4 avec le dé D' est $P'_4 = \frac{1}{6}$

$$p(C) = \left(\frac{1}{9}\right)\left(\frac{1}{3}\right) + \left(\frac{2}{9}\right)\left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{2}{9}\right)\left(\frac{1}{6}\right)$$

$$\text{Ainsi } p(C) = \frac{5}{27}$$