Corrigé problème série L 2022

PROBLEME

Soit f la fonction numérique définie par : $f(x)=\dfrac{x^2-x-2}{x-3}$

1) Ensemble de définition D_f de f

f existe si $x-3\neq 0$ donc $x\neq 3$, d'où $D_f=]-\infty;3[\cup]3;+\infty[$

2a) Calcul de limites

$\lim\limits_{x\to 3^-} f(x)=\dfrac{4}{0^-}=-\infty$ et $\lim\limits_{x\to 3^+} f(x)=\dfrac{4}{0^+}=+\infty$

b) Interprétation :

La courbe (C) de f admet une asymptote verticale d'équation f .

3.a) Justification que f peut s'écrire : $f(x)=x+2+\dfrac{4}{x-3}$

Pour tout $x\in D_f$, $f(x)=\dfrac{(x+2)(x-3)+4}{x-3}=\dfrac{x^2-x-2}{x-3}$

Donc $f(x)=x+2+\dfrac{4}{x-3}$

b) Calcul de limites

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x+2+\dfrac{4}{x-3}\right)=-\infty \Rightarrow \lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$

Et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x+2+\dfrac{4}{x-3}\right)=+\infty \Rightarrow \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

c) Montrons que la droite $(\Delta): y=x+2$ d'équation $(\Delta): y=x+2$ est asymptote oblique à la courbe (C)

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left[f(x)-x+2\right]=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left[x-2+\dfrac{4}{x-3}-(x-2)\right]=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{4}{x-3}=0$

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left[f(x)-x+2\right]=0$

D'où la droite $(\Delta): y=x+2$ est asymptote oblique à (C)

4. a) Vérification

$f'(x)=\dfrac{(2x-1)(x-3)-(x^2-x-2)(1)}{(x-3)^2}=\dfrac{x^2-6x+5}{(x-3)^2}$

b)Résolution de l'équation $x^2-6x+5=0$

$S=\{1;5\}$

c) Tableau de variation de f

x	$-\infty$		1		3		5		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	||	−	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	$-\infty$ || $+\infty$	↘	9	↗	$+\infty$

5) Traçage