Corrigé exercice 1 série L 2022

Exercice 1

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_n = \left(\dfrac{1}{2}\right)^n \end{cases}$$

1-Calcul de u_1 et u_2

$$n = 1 \Rightarrow u_1 = \frac{1}{2}; \quad n = 2 \Rightarrow u_2 = \frac{1}{4}$$

2-a) Montrons que $(u_n)_{\forall n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique de raison $q = \dfrac{1}{2}$

$u_n = \left(\dfrac{1}{2}\right)^n \Rightarrow u_{n+1} = \left(\dfrac{1}{2}\right)^{n+1} = \left(\dfrac{1}{2}\right)^n . \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{2} u_n$. On a $u_{n+1} = \dfrac{1}{2} u_n$

Donc $\forall n \in \mathbb{N}$, la suite (u_n) est SG de raison $q = \dfrac{1}{2}$

b) calcul de limite

$\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 0$ car $q = \dfrac{1}{2} \prec 1$

c) Calcul de S_n

$S_n = u_0 + u_1 + ... + u_n = u_0 \left(\dfrac{1 - q^{n-0+1}}{1-q}\right) = \dfrac{\left[1 - \left(\dfrac{1}{2}\right)^{n+1}\right]}{1 - \dfrac{1}{2}}$. D'où $S_n = 2\left[1 - \left(\dfrac{1}{2}\right)^{n+1}\right]$