Vecteurs et points: Exercices

Exercice 1

On considère trois points A,B,C de l'espace. On désigne par I le milieu de [BC].

1) Montrer que pour tout point M de' l'espace, on a $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}=2\overrightarrow{MI}$.

2) Déterminer le point M pour que l'on ait : $\overrightarrow{MA}=\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}$.

3) Soit f l'application de l'espace qui à tout point M associe le vecteur $\vec{f}(M)=3\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}$.

a) Montrer qu'il existe un point G et un seul tel que $\vec{f}(G)=\vec{0}$. En déduire que pour tout point M de l'espace, $\vec{f}(M)=2\overrightarrow{MG}$.

Exercice 2

L'espace est muni d'un repère $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$. On considère les points A(1,2,-1) ; B(2,1,-3) ; C(3,-2,1) ; D(2,-1,-3).

1) Montrer que ces quatre points ne sont pas coplanaires .

2) Soient E,F,G,H les milieux de [AB], [BC], [CD], [DA].

a) Calculer leur coordonnées.

b) Calculer les composantes des vecteurs $\overrightarrow{EF}\, et\, \overrightarrow{GH}$. Que peut-on dire du quadrilatère EFGH ?

3) Calculer les coordonnées de I et J milieux de [AC] et [BD]. Que peut-on dire des quadrilatères IFJH et IEJG ?

Exercice 3

L'espace est muni d'un repère $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ .On donne les points A(1 ;-2;-3) ; B(7;2 ;-2):C(-7 ;-8;5).

1) Soient I le milieu de {AB] et J le milieu de [AC]. Calculer les coordonnées de I et J.

2) Calculer les coordonnées du point K défini par $\overrightarrow{AK}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+2\overrightarrow{IJ}$

3) Montrer que les points A,C,K sont alignés.

1. Exercice 4

1) L'espace est muni d'un repère $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$. Soient les points A(-4,2,--1) ; B((-1,-2,4) et C(-2,3,1)

Calculer $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$, AB et AC . En déduire une valeur approchée à 10-1 près de la mesure en degré de l'angle $\widehat{BAC}$.

2) Même question pour A(1,3,-5) , b(4,-1,2) c(3,2,6).

Exercice 5

L'espace est muni d'un repère $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$. On donne les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\1\\-3\end{pmatrix}$; $\vec{v}\begin{pmatrix}4\\-5\\1\end{pmatrix}$

1) calculer $\vec{u}\cdot\vec{v}$, $\|\vec{u}\|$, $\|\vec{v}\|$, $\|\vec{u}+\vec{v}\|$

2) Déterminer l'angle géométrique défini par $\vec{u}$ et $\vec{v}$

Exercice 6

L'espace est muni d'un repère $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$. Calculer les composantes de $\vec{u}\wedge\vec{v}$ dans les cas suivants :

1) $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-3\\5\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}4\\-1\\3\end{pmatrix}$;

2) $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\-4\\3\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}2\\1\\-3\end{pmatrix}$

3) $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\2\\0\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-4\\-2\\1\end{pmatrix}$

Exercice 7

L'espace est muni d'un repère $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$. Soient les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}\frac{2}{3}\\\frac{-1}{3}\\\frac{-2}{3}\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}\frac{2}{3}\\\frac{2}{3}\\\frac{1}{3}\end{pmatrix}$.

1) Montrer que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont unitaires et orthogonaux.

2)Déterminer un vecteur $\vec{w}$ tel que ($\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$) soit une base orthonormée de l'espace