Séquence Barycentre : Exercices

Exercice 1

On considère le système de points pondérés S = {(A ;a) ; (B;b) ; (C;c)}. Dans chaque cas ,

montrer que ce système admet un barycentre G, puis définir et construire G.

1) a = -1 , b = 3 , c = 2 .

2) a = 3 , b = 2 , c = 1 .

3) a = 1 , b = 1 , c = 1

Exercice 2

Soit un triangle ABC. Déterminer les réels a , b , c pour que le point G défini par la relation vectorielle soit le barycentre du système points pondérés S = {(A ;a) ; (B;b) ; (C;c)}.

1) $2\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{GB}=\overrightarrow{AC}$

2) $\overrightarrow{AG}+2\overrightarrow{BC}+3\overrightarrow{GC}=\vec{0}$

3) $\overrightarrow{AG}-2\overrightarrow{GC}=(\frac{1}{2})\overrightarrow{AB}$

Exercice 3

Soit un point M variable du plan. Indiquer si le vecteur $\vec{v}(M)$ est variable ou constant , puis réduire la somme vectorielle en utilisant le barycentre.

1) $\vec{V}(M)=2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+4\overrightarrow{MC}$

2) $\vec{V}(M)=5\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}$

3) $\vec{V}(M)=2\overrightarrow{MA}-5\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}$

4) $\vec{V}(M)=-\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}$

Exercice 4

le plan est muni d'un repère orthonormé (o ; $\vec{i};\vec{j}$) Calculer les affixes du barycentre G du système de points pondérés

1) S = {(A;1) ; (B ; 2)} et $z_A = 4 - 2i$, $z_B = 3-i$.

2) S = {(A;3) ; (B ; -2)} et $z_A = 4 - 2i$, $z_B = 3-i$.

3) A(2 ;-3) ; B(-5 ; 1) ; C(4 ; -1) et S = {(A;3) ; (B ; 2) ; (C ; 1)}

4) A(1 ;1) ; B(1 ; 0) ; C(2 ; -1) et S = {(A;-2) ; (B ; 1) ; (C ; 3)}

Exercice 5

Soit un triangle ABC.

1) Placer le barycentre G du système (A;3) ; (B;4) ; C(; 5).

2) Les droites (AG) ; (BG) ; (CG) coupent respectivement les droites (BC) ; (CA) ; (AB) en I, J, K .

Déterminer les nombres réels α, β , γ tels que $\overrightarrow{IB}=\alpha\,\overrightarrow{IC}$, $\overrightarrow{JC}=\beta\,\overrightarrow{JA}$, $\overrightarrow{KA}=\gamma\,\overrightarrow{KB}$

Exercice 6

Soit un triangle ABC tel que AB = 5, BC = 7, CA = 6.

Déterminer puis tracer l ‘ensemble des points M du plan tels que :

1) $\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\|=9$

2) $\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\|=5$

3) $\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\|=\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\|$

Exercice 7

Soit un triangle ABC.

1) Placer le barycentre E de{(B ;-4);(C ; 1)} ; le barycentre F de { (C;1) ; (A ; 3)} ; le barycentre G du système {(A ; 3) ; (b ; -4)}.

2) Montrer que pour tout point M du plan, le vecteur $\vec{V}(M)=3\overrightarrow{MA}-4\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}$ est constant . En déduire que les droites (AE) ; (BF) et (CG) sont parallèles.

3) Montrer que les droites :

a- (AB) et (EF) sont sécantes en un point I

b- (BC) et (FG) sont sécantes en un point I

c- (CA) et (GE) sont sécantes en un point K

Exercice 8

On considère un triangle quelconque ABC, soit I le milieu du segment [BC].

1. Donner les coordonnées des points A, B, C, I dans le repère ($A;\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}$).

2. On considère le point G défini par la relation $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$. Déterminer ses coordonnées dans le repère ($A;\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}$). .

3. Déterminer les composantes des vecteurs $\overrightarrow{AG}\,et\,\overrightarrow{AI}$ dans le repère ($A;\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}$). En déduire leur colinéarité. Quel résultat classique vient-on de redémontrer ?

Exercice 9

On place dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$, les points A(2; 3), B(−3; 1), C(−2; −2), D(4; −2).

1. On considère le point G défini par la relation $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$. Déterminer ses coordonnées dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$.

2. Soient I, J, K, L les milieux respectifs des segments [AB], [BC], [CD], [AD]. Vérifier que le point G est le milieu des segments [IK] et [JL].

Exercice 10

On considère un quadrilatère quelconque ABCD, soient I, J, K, L les milieux respectifs des segments [AB], [BC], [CD], [AD]. On note (u; v) les coordonnées du point C dans le repère $A;\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}$

1. On considère le point G défini par la relation $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$. Déterminer ses coordonnées dans le repère en fonction de u et v .

2. Vérifier que le point G est le milieu des segments [IK] et [JL].

Exercice 11

On considère un quadrilatère quelconque ABCD. On note (u; v) les coordonnées du point C dans le repère $A;\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}$. On définit le point G par la relation :

$$m_A\overrightarrow{GA}+m_B\overrightarrow{GB}+m_C\overrightarrow{GC}+m_D\overrightarrow{GD}=\vec{0}$$

Déterminer les coordonnées du point G dans le repère $A;\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}$ en fonction de m_A, m_B, m_C, m_D, u et v .