

Variable aléatoire : Exercices

Exercice 1

On considère 8 lapins dans une sou bique dont 5 mâles et 3 femelles.

1) Combien peut-on former de groupes de 3 lapins parmi lesquels :

a- Tout trois sont mâles.

b- Deux sont mâles et une femelle.

2) Quelle est la probabilité pour que parmi les trois lapins groupés :

a- Deux sont femelles et un mâle.

b- Touts trois sont femelles.

Exercice 2

Un marchand a mis dans un panier 10 canards et 5 dindons. Un client prélève simultanément et au hasard deux volailles du panier.

1) Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :

A : « Obtenir deux canards »

B : « Obtenir deux volailles de familles différentes »

C : « Obtenir au moins un dindon »

2) Un canard pèse 1kg et un dindon 2kg. Rakoto achète au hasard 3 volailles. On désigne par X la variable aléatoire égale à la somme des poids en kilogramme des volailles achetés par Rakoto.

a- Donner l'univers-image de X et sa loi de probabilité.

b- Définir et tracer la fonction de répartition de X.

3) Après réflexion, Rakoto n'achète que deux volailles. Un canard coûte 2000ar et un dindon 5000ar. On désigne par Y la variable aléatoire égale à la somme payée par Rakoto,

a- Donner l'univers -image de Y ainsi que sa loi de probabilité.

b- Calculer la probabilité de l'évènement: « $Y < 7000ar$ ».

Exercice 3

On dispose d'un dé pipé dont les faces sont numérotées de 1 à 6. Lorsqu'on lance ce dé, on suppose que la probabilité d'apparition d'une face numérotée pair est le double de la probabilité d'apparition d'une face numérotée impair.

1) Calculer la probabilité d'apparition de chaque face.

2) Une personne qui lance ce dé obtient le résultat suivant :

- Si la face n°1 ou n°6 apparaît elle gagne 1000 Ar.
- Si la face n°3 apparaît, elle ne gagne rien.
- Si une autre face apparaît, elle gagne 500Ar. On considère la variable aléatoire X égale au gain du joueur.
- a- Donner la loi de probabilité de X.
- b- Calculer $E(X)$, $V(X)$, et $\sigma(X)$.
- c- Définir et représenter la fonction de répartition de X.

Exercice 4

Une urne contient 4 boules blanches et n boules, noires ($n \geq 2$)

I- On tire au hasard et simultanément deux boules de l'urne, On suppose que tous les événements élémentaires ont la même probabilité.

Calculer en fonction de n la probabilité de chacun des événements suivants :

A: « Tirer deux boules noires »

B : « Tirer une boule blanche et une seule

T : « Tirer deux boules blanches »

II. Pour chaque boule blanche tirée, on gagne 3 points et pour chaque boule noire, on perd 2 points. Soit X la variable aléatoire qui à chaque éventualité associe le gain algébrique (positif ou négatif)

1,- Déterminer la loi de probabilité de X.

2- Calculer en fonction de n l'espérance mathématique de X. Comment choisir le nombre n de boules noires pour que $E(X) = 0$.

Exercice 5

Soit un entier naturel $n \geq 4$. Une urne contient $2n$ boules dont n blanches et les autres noires. On y extrait simultanément 4 boules au hasard. Soit X la variable aléatoire égale au nombre de boules blanches parmi les 4 tirées.

1- Établir la loi de probabilité de X.

2- Montrer que $E(X)$ est indépendant de n.

3- Pour $n \geq 4$, on associe la suite (U_n) définie par son terme général $U_n = P(X=2)$

a- Quelle est la variation de (U_n) ?

b- Étudier la convergence de (U_n) .