



L

Série : Littéraire
Option : L
Code matière : 009

Épreuve de : MATHÉMATIQUES
Durée : 2 heures 30 minutes
Coefficient : 1



NB : - Les trois exercices et le problème sont obligatoires.

- Machine à calculer scientifique non programmable autorisée.

EXERCICE 1 (04 points)

On considère la suite numérique $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par :

$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n, \text{ pour tout } n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

1. Calculer U_1 et U_2 (0,25 × 2 pts)
2. a) Montrer que $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{2}$ (1 pt)
 b) Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$ (0,75 pt)
- c) Que peut-on en conclure ? (0,75 pt)
3. Exprimer la somme $S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$ en fonction de n . (1 pt)

EXERCICE 2 (04 points)

Une urne contient 10 boules indiscernables au toucher dont 4 rouges, 3 vertes et 3 jaunes.

1. On tire au hasard et simultanément 3 boules de l'urne.
 - a) Quel est le nombre de cas possible ? (0,75pt)
 - b) Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :
 - A : « avoir exactement 2 boules rouges » (0,5 pt)
 - B : « avoir une boule verte et 2 boules jaunes. » (0,75 pt)
2. On tire au hasard et successivement sans remise 3 boules de l'urne.
 Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :
 - C : « Obtenir dans l'ordre une boule rouge, une boule verte et une boule jaune » (1 pt)
 - D : « Obtenir une boule rouge et 2 boules vertes » (1 pt)

EXERCICE 3 (04 points)

Une société a fait les observations suivantes :

x_i : bénéfice en millions d'Ariary.

y_i : quantité de café collecté en tonnes.

x_i	1	2	3	4	5	6
y_i	2	3,1	5,1	6,1	8,1	9,1

1. Représenter le nuage des points $M(x_i, y_i)$ dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) (1 pt)
 Echelle : - sur l'axe des abscisses : 1 cm représente 1 millions d'Ariary de bénéfice
 - sur l'axe des ordonnées : 1 cm représente une tonne de café collecté.
2. Déterminer les coordonnées du point moyen G (0,5 pt)
3. On partage le nuage de points en deux parties d'effectifs égaux. Soit G_1 le point moyen

du sous nuage $S_1 = \{M_1, M_2, M_3\}$ et G_2 celui de $S_2 = \{M_4, M_5, M_6\}$.

Calculer les coordonnées de G_1 et G_2

(0,25 × 2 pt)

4. Ecrire une équation de la droite (G_1G_2)

(1 pt)

5. En utilisant la droite (G_1G_2), estimer la quantité de cafés collectés pour réaliser une bénéfice de 2 milliards d'Ariary

(1 pt)

PROBLEME (08 points)

Soit la fonction numérique f définie par : $f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x - 3}$

On note (\mathcal{C}) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) d'unité 1 cm.

1. Déterminer l'ensemble de définition D_f de f

(0,75 pt)

2. a) Calculer $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$

(0,25 pt × 2)

c) Donner une interprétation graphique de ces résultats

(0,25 pt)

3. a) Justifier que pour tout $x \in D_f$, $f(x)$ peut s'écrire :

(0,25 pt)

$$f(x) = x + 2 + \frac{4}{x - 3}$$

b) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(0,5 pt × 2)

c) Montrer que la droite (Δ) d'équation $y = x + 2$ est asymptote oblique à la courbe (\mathcal{C}) en $-\infty$ et en $+\infty$

(0,75 pt)

4. a) Vérifier que $f'(x) = \frac{x^2 - 6x + 5}{(x - 3)^2}$ pour tout $x \in D_f$ où f' est la dérivée de f

(1 pt)

b) Résoudre l'équation : $x^2 - 6x + 5 = 0$

(0,75 pt)

c) Dresser le tableau de variation de f

(1 pt)

5. Tracer (\mathcal{C}) , (Δ) et l'autre asymptote dans un même repère

(1,75 pt)

