MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

SECRÉTARIAT GÉNÉRAL

DIRECTION GÉNÉRALE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR

DIRECTION DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR

Service du Baccalauréat

MESUPRES

BACCALAURÉAT DE L'ENSEIGNEMENT GÉNÉRAL

SESSION 2022

| | | | |
|---|---|---|---|
| Série | : Littéraire | Épreuve de | : **MATHÉMATIQUES** |
| Option | : A | Durée | : **02 heures 15 minutes** |
| Code matière | : 009 | Coefficient | : **A1 = 1 ; A2 = 3** |

**NB** : Les deux exercices et le problème sont obligatoires.
Machine à calculer scientifique non programmable autorisée.

## EXERCICE 1 (05 points)

On considère la suite numérique $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par :

$$\begin{cases} U_0 = -1 \\ U_{n+1} = \frac{3}{4}U_n + 1 \end{cases}, \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}$$

1. Calculer $U_1$ et $U_2$ **(0,25 × 2 pts)**
2. Soit la suite numérique $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : pour tout $n \in \mathbb{N}$ : $V_n = U_n - 4$
   a) Montrer que $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique dont on précisera sa raison et son premier terme. **(1,5 pt)**
   b) Exprimer $V_n$ puis $U_n$ en fonction de n **(0,5 pt × 2)**
3. On donne $W_n = \ln\left[2\left(\frac{3}{4}\right)^n\right]$, $n \in \mathbb{N}$ (ln désigne le logarithme népérien)
   a) Montrer que $(W_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite arithmétique dont on précisera sa raison et son premier terme **(1,5 pt)**
   b) Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} W_n$ **(0,5pt)**

## EXERCICE 2 (05 points)

Les résultats seront donnés sous forme de fraction irréductible.

Une trousse contient 9 stylos indiscernables au toucher dont 5 bleus et 4 rouges

1. On tire au hasard et simultanément 4 stylos de la trousse. On suppose que tous les événements élémentaires sont équiprobables

   Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

   A : « Obtenir 2 stylos bleus et 2 stylos rouges » **(1 pt)**

   B : « Obtenir au plus un stylo rouge » **(1 pt)**

2. On tire au hasard et successivement avec remise 3 stylos de la trousse. On suppose que tous les tirages sont équiprobables.
   a) Quel est le nombre de tirages possibles ? **(1 pt)**
   b) Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

   C : « Obtenir dans l'ordre un stylo bleu et 2 stylos rouges » **(1 pt)**

   D : « Obtenir au moins 2 stylos bleus » **(1 pt)**

**PROBLEME (10 points)**

Soit $f$ la fonction définie par : $f(x) = 1 - \dfrac{\ln x}{x}$

On note $(\mathscr{C})$ sa courbe représentative dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité 1 cm.

| | A1 | A2 |
|---|---|---|
| 1. Déterminer l'ensemble de définition de $f$ | **(0,5 pt)** | **(0,25 pt)** |
| 2. a) Calculer $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$ | **(0,5 pt)** | **(0,5 pt)** |
| b) Interpréter le résultat | **(0,25 pt)** | **(0,25 pt)** |
| 3. a) On admet que $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\ln x}{x} = 0$ .En déduire $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ | **(0,5 pt)** | **(0,5 pt)** |
| b) Interpréter le résultat | **(0,25 pt)** | **(0,25 pt)** |
| 4. Montrer que pour tout $x \in ]0, +\infty[$ : $f'(x) = \dfrac{\ln x - 1}{x^2}$ où $f'$ désigne la fonction dérivée de $f$ | **(1,5 pt)** | **(1,25 pt)** |
| 5. a) Résoudre sur l'intervalle $]0, +\infty[$ l'équation : $\ln x - 1 = 0$ | **(1 pt)** | **(0,5 pt)** |
| b) Dresser le tableau de variation de $f$ | **(2 pts)** | **(1,5 pt)** |
| 6. Ecrire une équation de la tangente (T) à $(\mathscr{C})$ au point d'abscisse $x_0 = 1$ | **(1 pt)** | **(1 pt)** |
| 7. Tracer $(\mathscr{C})$ ; (T) ainsi que ses asymptotes dans le même repère | **(1,5 +0,5 +0,5 pts)** | **(1+0,5+ 0,5 pts)** |

**Pour A2 seulement**

8. Soit G la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $G(x) = x - \frac{1}{2}(\ln x)^2$

   a) Montrer que G est une primitive de $f$ sur $]0, +\infty[$ **(1 pt)**

   b) Calculer, en cm²,l'aire $\mathscr{A}$ du domaine plan limité par la courbe $(\mathscr{C})$ ,l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = 1$ et $x = e$ **(1 pt)**