Similitudes indirectes

Comment reconnaître qu'une application f est une similitude indirecte ?

- f est une bijection conservant le rapport des distances et transformant un angle orienté en son opposé.
- f est la composée d'une homothétie de rapport positif et d'un antidéplacement.
- f est la réciproque d'une similitude indirecte.
- f admet pour écriture complexe $z' = a\bar{z} + b$, $a \in \mathbb{C}^*$.
- f a pour expression analytique :

$$\begin{cases} x' = ax + by + p \\ y' = bx - ay + q \end{cases}$$

- f est la composée d'une similitude directe et d'une réflexion.

Comment caractériser la transformation f d'écriture complexe $z' = a\bar{z} + b$?

Cas où $|a| = 1$: f est un antidéplacement

- si $a\bar{b} + b = 0$, f est la symétrie orthogonale (ou réflexion) par rapport à une droite (Δ).
- si $a\bar{b} + b \neq 0$, f est une symétrie glissée $f = s_\Delta \circ t_{\vec{u}}$

où $\vec{u}$ est le vecteur d'affixe $\dfrac{a\bar{b} + b}{2}$ et $s_\Delta = f \circ t_{-\vec{u}}$

Cas où $|a| \neq 1$: f est une similitude indirecte

- de rapport $k = |a|$,
- de centre Ω d'affixe $z_\Omega = \dfrac{a\bar{b} + b}{1 - a\bar{a}}$.
- d'axe (Δ) ensemble des points M (z) tels que : $a(\bar{z} - \overline{z_\Omega}) = |a|(z - z_\Omega)$

  (ou (Δ) est la droite passant par Ω et telle que l'angle $(Ox, \Delta) = \frac{1}{2}\arg a$)

Remarque : $f = h \circ s_\Delta = s_\Delta \circ h$ est appelée forme réduite de f.

- s_Δ est la symétrie orthogonale par rapport à une droite (Δ) contenant
- et h homothétie de centre Ω et de rapport $|a|$.