Fonction exponentielle népérienne : série n°1

Exercice 1

Simplifier l'écriture des réels suivants :

a) $e^{\sqrt{3}+1}.e^{\sqrt{3}-1}$ b) $e^{x-1}.e^{-x+1}$ c) $2e^{-\ln 2+1}$ d) $\ln(\frac{1}{e^4})$ e) $e^{-\frac{1}{2}\ln(e^2+2e+1)}$ f) $\sqrt{e^3}.e^2$

Exercice 2

Etudier la parité de f dans les cas suivants :

a) $f(x)=e^x+e^{-x}$ b) $f(x)=\dfrac{e^x-e^{-x}}{2}$ c) $f(x)=\dfrac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}$

Exercice 3

Résoudre les équations suivantes :

a) $e^{2x-1}-2=0$ b) $e^{x^2-1}=e^{x+1}$ c) $e^{x-1}-e^{-2x}=0$

d) $e^{x^2-2x}=2$ e) $e^{|x^2-1|}=2$ f) $2e^{-x+1}+3=0$

g) $e^x-3e^{-x}-4=0$ h) $2e^{3x}-e^{2x}-3e^x=0$ i) $2e^{x^2}+\dfrac{1}{e^{x^2}}-3=0$

j) $e^{3x}-\dfrac{5}{2}e^{2x}-e^x+\dfrac{5}{2}=0$ k) $e^{x^2-2x+1}=a\quad(a\in\mathbb{R})$ l) $2y=e^x-\dfrac{1}{e^x}(y\in\mathbb{R})$

Exercice 4

Résoudre les systèmes d'équations suivants :

a) $\begin{cases} e^x+2e^y=3 \\ 3e^x-2e^y=1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} e^x+e^y=-1 \\ e^x-e^y=1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} e^{x+y}=12 \\ e^{x-y}=\dfrac{4}{3} \end{cases}$

d) $\begin{cases} e^x.e^y=a^2 \\ xy=1 \end{cases}$ e) $\begin{cases} e^x+\dfrac{1}{e^y}=3 \\ -2e^x+\dfrac{3}{e^y}=4 \end{cases}$ f) $\begin{cases} e^x+e^y=2 \\ e^{xy}=3 \end{cases}$

Exercice 5

Résoudre les inéquations suivantes :

a) $e^{2-x}-1<0$ b) $e^{2x-1}\le 2$ c) $e^{-x+1}\ge\sqrt{2}$

d) $e^{2x-1}\ge e^{x-3}$ e) $(e^x-2)(2e^x-3)\le 0$ f) $(2e^{-x}-1)(e^{-x}-3)\le 0$

g) $e^{2x}-3e^x+2>0$ h) $e^{2x}-e^x-12>0$ i) $\dfrac{e^{2x}+1}{e^{2x}+2}\le 2$

j) $e^{\frac{-2x+1}{x}}\ge 2$ k) $\ln(1-e^{1-5x})<3$ l) $2e^{3x}+e^{2x}-4e^x+1\le 0$

Exercice 6

Vérifier que pour tout réel x :

a) $\dfrac{2e^x-1}{2e^x+5}=\dfrac{2-e^{-x}}{2+5e^{-x}}=1-\dfrac{6}{2e^x+5}$. b) $\dfrac{3e^x+1}{e^x+2}=\dfrac{3+e^{-x}}{1+2e^{-x}}=3-\dfrac{5}{e^x+2}$

Exercice 7

Déterminer l'ensemble de définition de f dans chacun des cas suivants :

a) $f(x) = e^{x^2-1}$

b) $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$

c) $f(x) = \frac{3x}{e^x+1}$

d) $f(x) = \frac{5}{e^x-1}$

e) $f(x) = \frac{5}{2e^{x^2}-1}$

f) $f(x) = \ln(e^x-2)$

g) $f(x) = \frac{e^x+2}{e^x-2}$

h) $f(x) = \sqrt{e^x-3}$

i) $f(x) = \ln\frac{e^x-2}{e^x+1}$

j) $f(x) = \ln\frac{e^x-2}{e^x-1}$

k) $f(x) = \ln(e^{2x}-2e^x+1)$

l) $f(x) = \frac{e^x}{e^x-1} - \frac{1}{\ln(e^x-2)}$

Exercice 8

Soit f la fonction définie par $f(x) = \ln(1+e^{-x})$.

a) Déterminer le domaine de définition de f.

b) Montrer que $f(x) = -x+\ln(1+e^x)$.

Exercice 9

Soit f la fonction définie par $f(x) = x+2-\frac{4e^x}{e^x+2}$.

a) Déterminer le domaine de définition de f.

b) Montrer que $f(x) = x+\frac{8}{e^x+2}$.

Exercice 10

Montrer que la courbe de la fonction f définie par $f(x) = e^{x^2-2x-1}$ est symétrique par rapport à la droite d'équation x = 1.

Exercice 11

Le point I(0 ; $\frac{3}{2}$) est-il un centre de symétrie pour la courbe représentative de la fonction f définie par

$f(x) = \frac{e^x-2}{e^x-1}$?

Exercice 10

Montrer que la courbe représentative de la fonction f définie par $f(x) = e^x-e^{-x}-2x+1$ est symétrique par rapport au point I(0 ;1).