Baccalauréat série A

Session 2001

Exercice 1 (4 points)

On considère la suite numérique $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n-1$

1. Calculer u_1 et u_2. (0,5 pt)
2. Soit la suite numérique $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie pour tout $n\in\mathbb{N}$ par $v_n = u_n + 3$.

   a- Montrer que $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme. (1 pt)

   b- Exprimer v_n puis u_n en fonction de n. (1 pt)

   c- Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ (0,5 pt)

3. On pose $w_n=\ln[2(\frac{1}{3})^n]$ $n\in\mathbb{N}$ (ln désigne le logarithme népérien).

   Montrer que $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le premier terme. (1 pt)

EXERCICE 2 : (04 points)

Un porte-monnaie contient 12 billets dont 5 billets de 500 Ar, 4 billets de 1.000 Ar et 3 billets de 2.000 Ar.

1- On prend successivement au hasard et sans remise 3 billets du porte-monnaie.

a) Vérifier qu'il y a 1320 cas possibles. (1 pt)

b) Calculer la probabilité d'obtenir :

A : «trois billets de même valeur» (1 pt)

B : «un montant total de 4.500 Ar ». (1 pt)

2- On prend au hasard et simultanément 2 billets du porte-monnaie.

Calculer la probabilité d'avoir :

C : «exactement deux billets de 500 Ar » ; (1 pt)

D : « au moins un billet de 1.000 Ar ». (1 pt)

Problème (12 points)

Soit f la fonction numérique définie sur IR par :$f(x) = (1 - x)e^x - 1$.

On note par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$ d'unité 1 cm.

1. Déterminer l'ensemble de définition de f. (0,5 pt)

2. a- Calculer la limite de f en $+\infty$ (0,5 pt)

   b- Sachant que $\lim\limits_{x \to -\infty} xe^x = 0$ montrer que $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -1$ (0,5 pt)

   Donner une interprétation graphique de ce résultat. (0,5 pt)

3. a- Calculer la fonction dérivée f '(x) et étudier son signe. (1 pt)

   b- Dresser le tableau de variation de f. (1 pt)

4. a- Calculer les coordonnées du point d'intersection A de la courbe (C) avec la droite (D) d'équation $y = -1$. (1 pt)

   b- Écrire l'équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point d'abscisse 1. (1 pt)

5.a- Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$ (on pourra écrire $\frac{f(x)}{x} = \frac{1-x}{x}e^x - \frac{1}{x}$ (0,5 pt)

   Que peut-on en conclure ? (0,5 pt)

   b- Reproduire le tableau suivant et donner pour chaque valeur de x, une valeur approchée de f(x) à 10^{-2} près. (1,5 pt)

x	–3	–1	ln 5
f(x)			

   c- Tracer (T), (D) et (C). (2 pts)

6. Soit F la fonction définie sur IR par $F(x) = (2 - x)e^x - x$.

   a- Montrer que F est une primitive de f sur IR. (0,5 pt)

   b- Calculer, en cm^2, l'aire A du domaine plan limité par la courbe (C), l'axe (x'Ox) et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$ (1 pt)

On donne : $e^{-1} \approx 0{,}37$; $e^{-3} \approx 0{,}05$; $\ln 5 \approx 1{,}61$.