Baccalauréat série A

Sesion 1999

Exercice 1 (4 points)

On considère la suite (U_n) définie par son premier terme $U_0 = 2$ et la relation de récurrence :

$U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n - \frac{5}{6}$ pour tout entier naturel n.

1 - Calculer U_1 et U_2. (0,5 point)

2 - Soit une deuxième suite (V_n) définie par : $V_n = 3U_n + 5$, pour tout n de IN.

a - Démontrer que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison q et le premier terme V_0. (1,5 point)

b - Exprimer V_n, puis U_n en fonction de n. (0,75 point)

c - Calculer $\lim_{n \to +\infty} U_n$ (0,25 point)

3 - a - Calculer $V_{n+1} - V_n$ en fonction de n. (0,5 point)

b - En déduire que la suite (V_n) est décroissante. (0,5 point)

Exercice 2 (4 points)

Le tableau suivant donne la répartition des 80 employés d'une entreprise en fonction de leur salaire mensuel (en milliers de francs malgaches FMG). Soit n un entier naturel non nul.

Salaire	[50 ; 150[	[150 ; 250[	[250 ; 350[	[350 ; 450[	[450 ; 550[	[550 ; 650[
Effectifs (n_i)	n	26	20	4	4	2

Dans les calculs qui suivent, on utilisera les centres x_i des classes, où $1 \leq i \leq 6$.

1- Déterminer l'effectif n des employés ayant un salaire mensuel inférieur à 150.000 FMG. (0,5 point)

On prendra n = 24 dans tout ce qui suit.

2 - Dans un repère orthogonal du plan, représenter le nuage de points M_i de coordonnées (x_i, n_i), $1 \leq i \leq 6$ (0,5 point)

On prendra comme unités : 1cm sur l'axe des abscisses pour 100.000FMG.
1cm sur l'axe des ordonnées pour 5 employés.

3 - a. Calculer les fréquences relatives de ces six classes. (2 points)

b. Calculer la moyenne des salaires, exprimée en francs, dans cette entreprise. (1 point)

Problème (12 points)

Soit f la fonction numérique de la variable réelle x définie $[0;+\infty[$ sur par : $f(x)=-x+1-e^{-x}$

On note (C) la courbe représentative de f dans un plan P muni d'un repère orthonormé
R = $(O;\vec{i},\vec{j})$ d'unité graphique 2 cm.

1 - a. Déterminer la limite de f en $+\infty$. (1 point)

b. Montrer que la droite (D) d'équation y = -x + 1 est asymptote à la courbe (C). (1 point)

2 -a. Montrer que pour tout réel $x \geq 0$, f '(x) = -1 + e^{-x}, où f ' désigne la fonction dérivée de f. (1 point)

b. En déduire le tableau de variation de f sur $[0;+\infty[$ (1 point)

3 - a. Compléter le tableau des valeurs suivant : (1 point)

x	0	1	2	3	4
f (x)					

b. Écrire l'équation de la tangente (*T*) à (C) au point d'abscisse x_0 = 0. (1 point)

c. Représenter graphiquement les droites (D), (*T*) et la courbe (C) dans P. (3 points)

4 - Pour tout $x \geq 0$, on pose $F(x)=\frac{-x^2}{2}+x+e^{-x}$

a. Montrer que F est une primitive de f. (2 points)

b. En déduire, en cm^2, l'aire du domaine plan limité par la courbe (C), l'axe des abscisses x 'ox et les deux droites d'équations x = 0 et x = 1. (1 point)

On donne : e^{-1} = 0,36 ; e^{-2} = 0,13 ; e^{-3} = 0,05.