Baccalauréat Série A
Session 2004

N.B. : - Le candidat doit traiter les DEUX Exercices et le Problème.

- Machine à calculer autorisée.

Exercice 1 (5 points)

Soit la suite arithmétique $(U_n)_{n \text{ î } IN^*}$ définie par la donnée des deux termes $U_1 = -2$ et $U_{20} = 55$.

1°) Calculer la somme $S = U_1 + \ldots\ldots + U_{20}$ (0,5 pt)

2°) Déterminer la raison r de cette suite. (1 pt)

3°) Exprimer U_n en fonction de n. (0,5 pt)

4°) Pour tout n élément de IN*. On pose $V_n = e^{3n-5}$.

a/ Calculer V_1 et V_2. (0,5+0,5pt)

b/ Montrer que $(v_n)_{n\in IN^*}$ est une suite géométrique dont on précisera la raison q. (1 pt)

c/ Exprimer la somme $T_n = V_1 + V_2 + \ldots + V_n$ en fonction de n (1 pt)

Exercice 2 (5 points)

N.B : On donnera les résultats sous forme de fraction irréductible.

Une trousse contient douze stylos de même marque, indiscernables au toucher : 3 rouges, 4 verts, 3 bleus et 2 noirs.

1°) Un élève prend au hasard un stylo de la trousse. Chaque stylo a la même probabilité d'être tiré. Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

A : « Obtenir un stylo rouge » (0,5 pt)

B : « Obtenir un stylo vert ou un stylo noir ». (0,5 pt)

2°) On remet la trousse à sa condition initiale. Un autre élève tire au hasard et simultanément deux stylos de la trousse. On suppose que les tirages sont équiprobables.

Évaluer la probabilité de chacun des événements suivants :

C : « Les deux stylos tirés sont de même couleur » (0,5 pt)

D : « Obtenir deux stylos de couleurs différentes ». (1 pt)

3°) On remet la trousse à sa condition initiale. Un troisième élève tire successivement et sans remise trois stylos de la trousse. On suppose que les événements élémentaires sont équiprobables.

a/ Déterminer le nombre de cas possibles. (0,5pt)

b/ Déterminer les probabilités des événements suivants :

E : « Obtenir trois stylos de même couleur » (1 pt)

F : « Obtenir aucun stylo vert ». (1 pt)

Problème **(10 points)**

On considère la fonction numérique f définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par : $f(x)=\frac{1}{x}-1+\ln x$

On note par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$ (unité : 2 cm).

1°) a/ Calculer f '(x) pour tout x de $]0;+\infty[$. (1 ; 1)

b/ Étudier le signe de f '(x) suivant les valeurs de x. (0,5 ; 0,5)

2°) Calculer . $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ (0,5 ; 0,25)

3°) a/ Montrer que f(x) peut s'écrire : $f(x)=\frac{1-x+x\ln x}{x}$ pour $x\in]0;+\infty[$ (0,5 ; 0,25)

b/ En admettant que $\lim_{x\to 0} x\ln x=0$. En déduire $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ (0,5 ; 0,25)

4°) Dresser le tableau de variation de f. (1 ; 1)

5°) Compléter le tableau des valeurs ci-dessous : (1 ; 1)

x	$\frac{1}{e}$	1	2	e
f (x)				

6°) a/ Calculer f''(x) pour tout $x\in]0;+\infty[$ et étudier son signe sur l'intervalle $]0;+\infty[$ (1 ; 0,5)

b/ En déduire que le point I d'abscisse 2 est un point d'inflexion de (C). (0,5 ; 0,5)

c/ Trouver une équation de la tangente (T) à (C) en I. (1 ; 0,5)

7°) a/ On admet que $\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=0$. Quelle conclusion peut-on en tirer sur la courbe (C) ? (0,5 ; 0,25)

b/ Tracer (C) et (T). (1,5+0,5 ; 1,5+0,5)

Pour A2 seulement

8°) Soit la fonction G définie sur l'intervalle par G(x) = x ln x - x

a/ Calculer G '(x) pour tout x élément de l'intervalle $]0;+\infty[$ (; 0,25)

Et en déduire une primitive de f sur l'intervalle $]0;+\infty[$ (; 0,75)

b/ Calculer, en cm², l'aire du domaine plan limité par la courbe (C), l'axe des abscisses (x'Ox) et les droites d'équations respectives x=1 et x = e. (; 1)

On donne : $\frac{1}{e}\approx 0{,}36$; ln 2 ≈ 0,7 ; e ≈ 2,7.