Puissance entière d'un entier naturel

1. Exemples

L'aire A d'un carré de côté a est A = **a** x **a** , qui s 'écrit aussi $\mathbf{a^2}$.

Le volume V d'un cube d'arête a s'écrit V = **a** x **a** x **a** , qui s'écrit aussi $\mathbf{a^3}$

$\mathbf{a^2}$ se lit « ***a au carré*** » ou « ***a à la puissance 2*** »

$\mathbf{a^3}$ se lit **« a au cube »** ou **« a à la puissance 3 ».**

De même, **a** x **a** x **a** x **a** peut s'écrire $\mathbf{a^4}$ et se lit « **a à la puissance 4** ».

Nous avons alors $\mathbf{2^3}$ = **2** x **2** x **2** = **8, et $\mathbf{3^5}$= 3 x 3 x 3 x 3 x 3 = 243. ($\mathbf{3^5}$** se lit **« 3a à la puissance 5 »).**

2. Définitions

Soit a un nombre entier et n un nombre entier différent de 1, alors

$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times .... \times a}_{n}$. : c'est le produit de n facteurs égaux à a.

L'entier n est appelé exposant.

Exemples

Pour n = 4, $a^4 = a \times a \times a \times a$

Pour a = 2 et n =6, $2^6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$

3. Cas particuliers

- Si a est différent de 0, $a^0 = 1$.
- $a^1 = a$
- $0^n = 0$
- $1^n = 1$

4. Propriétés

Soient a, b, n et p des nombres entiers non nuls. Alors :

◆ $a^n \times a^p = a^{n+p}$

Exemples

- $a^2 \times a^3 = a^{2+3} = a^5$

En effet : $a^2 \times a^3 = \underbrace{a \times a}_{2} \times \underbrace{a \times a \times a}_{3} = \underbrace{a \times a \times a \times a \times a}_{5} = a^5$

- $5^2 \times 5^1 = 5^{2+1} = 5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$

- $(a^n)^p = a^{n x p}$

Exemples

- $(a^2)^3 = a^6$

En effet : $(a^2)^3 = (a^2) x (a^2) x (a^2) = (axa) x (axa) x (axa) = a x a x a x a x a x a = a^6$

- $(2^3)^2 = 2^{(3x2)} = 2^6 = 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 = 64$

- $(axb)^n = a^n x b^n$

Exemples

- $(axb)^3 = a^3 x b^3$

En effet , $(axb)^3 = (a x b) x (a x b) x (a x b) = (a x a x a) x (b x b x b) = a^3 x b^3$

- $(2^4) x (3^4) = 16 x 81 = 1296$ et $(2 x 3)^4 = 6^4 = 1296$

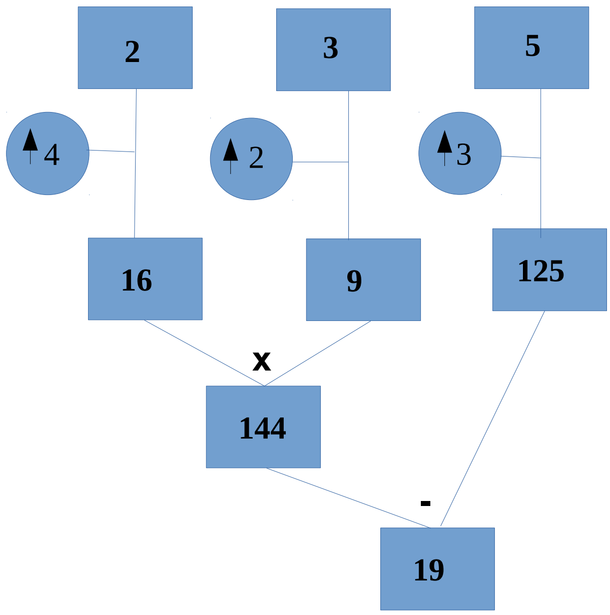
5. Règle de priorité

Les calculs des puissances sont prioritaires par rapport à la multiplication, l'addition et la soustraction : cela signifie que dans une expression qui comporte des puissances, des multiplications, des additions et des soustractions, c'est la puissance que l'on effectue en premier.

Exemple

$$(2^4) x (3^2) - 5^3 = (\underbrace{2 x 2 x 2 x 2}_{16}) x (\underbrace{3 x 3}_{9}) - (\underbrace{5 x 5 x 5}_{125}) = 16 x 9 - 125 = 19$$

On peut schématiser ce calcul ainsi :



n signifie élever à la puissance n