

MATHÉMATIQUES FINANCIÈRES : Intérêts composés

On place un capital de 20000Ar sur un compte ouvert dans une banque. Les intérêts sont calculés à la fin de chaque mois, au taux mensuel de 0,5 % et ajoutés au capital pour le calcul des intérêts du mois suivant. Le capital placé en début de mois est égal à la valeur acquise à la fin du mois précédent.

Compléter le tableau suivant :

Mois	Capital en début du mois	Intérêts	Valeur acquise en fin de mois
1	20 000	100	$C_1 = 20100$
2	20 100	...	$C_2 = \dots$
3			$C_3 = \dots$
4			$C_4 = 20\,403,01$

Soit C_0 le capital et t le taux périodique.

- La valeur acquise à la fin de la première période est : $C_1 = C_0 + C_0t = C_0(1 + t)$.

- La valeur acquise à la fin de la deuxième période est : $C_2 = C_1 + C_1t = C_1(1 + t)$.

- La valeur acquise à la fin de la troisième période est : $C_3 = C_2 + C_2t = C_2(1 + t)$.

On constate que les valeurs acquises forment une suite géométrique de premier terme $u_0 = C_0$ et de raison $q = 1 + t$. Donc $u_n = u_0 q^n$, d'où $C_n = C_0(1 + t)^n$.

1. Définition

Un capital est placé à intérêts composés quand, à la fin de chaque période, l'intérêt s'ajoute au capital et devient lui-même productifs d'intérêts.

2. Calcul de l'intérêt composé

Si C_0 est le capital placé à l'origine (placé au début de la période), t le taux périodique, C_n la valeur acquise au bout de n périodes : $C_n = C_0(1 + t)^n$.

Les intérêts acquis sont : $I = C_n - C_0$

3. Exercice résolu

On place 15 000 Ar pendant 6 ans au conditions suivantes : taux annuels 7 %, capitalisation annuelle des intérêts. Calculer la valeur acquise et le montant des intérêts.

Solution :

$t = 0,07$ et $n = 6$ Ainsi la valeur acquise est $C_6 = C_0(1 + t)^6 = 15\,000(1 + 0,07)^6$

$C_6 = 22\,510,96$ Ar

$I = C_6 - C_0 = 22\,510,96 - 15\,000$

$I = 7\,510,96$ Ar